Métodos Numéricos - Curso 2006
IMERL - Facultad de Ingeniería
Universidad de la República

Resumen Teórico de Splines

La interpolación por medio de Splines resuelve el problema de encontrar una función de clase C^2 (las dos primeras derivadas continuas) que interpole un conjunto de datos.

La solución queda definida de la siguiente manera:
Dados los datos

x	**y**
x_1	y_1
x_2	y_2
x_3	y_3
...	...
x_n	y_n

La interpolación se realizará dentro de cada intervalo $I_i = [x_i, x_{i+1})$ mediante un polinomio cúbico $s_i(x)$de la forma,

$$s_i(x_i + th_i) = y_i + t\Delta_i + t(t-1)(\Delta_i - h_i d_i) + t^2(t-1)\left(h_i(d_i + d_{i+1}) - 2\Delta_i\right)$$

El polinomio anterior está definido en el intervalo I_i y en base a un parámetro t que cumple que cuando $x = x_i$ entonces $t = 0$ y que cuando $x = x_{i+1}$ entonces $t = 1$.

Las constantes y parámetros anteriores se pueden escribir a partir de los datos como:

$$h_i = x_{i+1} - x_i$$
$$t = \frac{x - x_i}{h_i}$$
$$\Delta_i = y_{i+1} - y_i$$
$$d_i = \frac{\partial}{\partial x} s_i(x_i)$$

Todas las constantes definidas anteriormente son conocidas a excepción de los d_i, siendo estas entonces las incógnitas a determinar.

Para determinar los d_i se deberá resolver el sistema lineal determinado por las siguiente ecuaciones:

$$d_1 = \alpha$$
$$\tfrac{2}{h_i}d_i + (\tfrac{4}{h_i} + \tfrac{4}{h_{i+1}})d_{i+1} + \tfrac{2}{h_{i+1}}d_{i+2} = \tfrac{6}{h_i^2}\Delta_i + \tfrac{6}{h_{i+1}^2}\Delta_{i+1} \text{ con } i = 1...n-2$$
$$d_n = \beta$$

Los valores de α y β serán elegidos arbitrariamente o serán datos del problema.

El sistema lineal anterior tiene una matriz del sistema tridiagonal y por lo tanto permite una solución computacionalmente económica.