

# Obligatorio 2

2 de octubre de 2019

1. Las tablas (1) y (2) muestran los resultados de medir dos funciones  $g_1(x)$  y  $g_2(x)$  respectivamente.

$x$	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	1.10	1.20
$g_1(x)$	3.89	2.75	2.01	1.61	1.21	0.89	0.69	0.63
$x$	1.30	1.40	1.50	1.60	1.70	1.80	1.90	2.00
$g_1(x)$	0.44	0.42	0.70	0.32	0.40	0.26	0.32	0.25

Cuadro 1: Mediciones de  $g_1(x)$

$x$	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	1.10	1.20
$g_2(x)$	15.96	9.45	5.75	3.82	2.89	2.17	1.22	1.05
$x$	1.30	1.40	1.50	1.60	1.70	1.80	1.90	2.00
$g_2(x)$	0.86	0.63	0.69	0.40	0.44	0.29	0.43	0.20

Cuadro 2: Mediciones de  $g_2(x)$

Se sabe que ambas funciones son del tipo  $g_1(x) = \frac{c}{x^p}$ ,  $g_2(x) = \frac{d}{x^q}$ , donde  $c$ ,  $d$  son constantes y  $p$ ,  $q$  enteros positivos.

## 2. Mínimos Cuadrados

Se desea hallar mediante mínimos cuadrados las funciones  $g_1$  y  $g_2$  que mejor ajustan a los datos. Observar que el modelo para dichas funciones no es lineal en los parámetros, dado que  $g_1(x) = cx^{-p}$  y  $g_2(x) = dx^{-q}$ .

Podemos por tanto aplicar el método de Gauss-Newton para PMCNL así como también podemos transformar el problema en PMCL.

- a) Convierta ambos problemas a PMCL mediante una transformación adecuada y luego encuentre  $g_1$  y  $g_2$  usando las ecuaciones normales. Repita usando la descomposición QR, comparando los resultados.
- b) Sin transformar los datos, resuelva mediante Gauss-Newton el PMCNL original.

- c) Compare los resultados de las partes anteriores. Cual método le parece mejor? Justifique.

### 3. Ecuaciones Diferenciales

Se desea resolver la ecuación diferencial

$$y' + g_1(x)y = g_2(x) \quad (1)$$

con condición inicial  $y(1/2) = 0$  y  $x \in [1/2, 2]$

- Resuelva analíticamente dicha ecuación (es una ecuación lineal de primer orden con coeficientes no constantes hallados en la parte anterior). Sugerencia: resuelva primero la ecuación homogénea y luego encuentre una solución particular, p. ej. mediante el método de variación de constantes.
- Explique los métodos de Euler hacia adelante y hacia atrás, explicando sus diferencias. Encuentre la región de estabilidad de los mismos.
- Usando un mismo paso  $h$ , programe cada uno de los métodos de la parte anterior y resuelva numéricamente la ecuación.
- Resuelva la ecuación usando un método Runge-Kutta de paso variable, como p.ej. la función ODE solver 45.
- Compare cada una de las soluciones de las partes anteriores con la solución analítica hallada en a). Comente ventajas y desventajas de cada una.

### 4. Interpolación

Se desea interpolar la solución numérica a los puntos intermedios de la grilla utilizada (nos referimos a la mejor de las tres soluciones según el punto anterior).

- Haga una interpolación lineal a trozos.
- Haga una interpolación con splines cúbicos usando las funciones que Octave tiene a tales efectos.
- Compare cada una con la solución analítica. Comente ventajas y desventajas de cada una.