Examen - Métodos Numéricos

Viernes 22 de febrero de 2019

Número de examen	APELLIDO, Nombre	Cédula de identidad

Problema 1 (35 puntos)

Sea A una matriz $m \times n$ con $m > n$, b un vector de $\mathbb{R}^m$, $S_1 = \{x \in \mathbb{R}^n : A^t A x = A^t b\}$ y $S_2 = \{x \in \mathbb{R}^n : x = \arg\min_{v \in \mathbb{R}^n} \|Av - b\|_2\}$, el conjunto de soluciones del PMCL.

(a) Probar que $S_1 = S_2$.
(b) Definir la descomposición SVD. Explicar cómo se calcula cada matriz.
(c) Utilizando la descomposición SVD, hallar z, el vector de S_2 de norma mínima.

Problema 2 (35 puntos)

(a) Encunciar y demostrar el Teorema del error por interpolación polinómica.
(b) Explicar el método de interpolación de Newton (o de agregado de punto).
(c) Sea p_2 el polinomio interpolante por $\{(0,1), (1,1), (2,2)\}$, y p_3 el interpolante por los mismos puntos pero agregando además $(3,3)$. Hallar p_2 y p_3.
(d) Observando que p_2 es polinomio interpolante de la función $f = p_3$ por los primeros tres puntos, probar que la función $E : [0,2] \to \mathbb{R}$ dada por $E(x) = |p_2(x) - p_3(x)|$ está acotada superiormente.

Problema 3 (30 puntos)

(a) Definir el método de Heun para un PVI.
(b) Encontrar su región de estabilidad, que llamamos $\mathcal{R}$.
(c) Hallar los cortes del borde de $\mathcal{R}$ con el eje real.