

Examen - Métodos Numéricos

Lunes 4 de febrero de 2019

Número de examen	APELLIDO, Nombre	Cédula de identidad

Problema 1 (35 puntos)

Sea $Ax = b$ un sistema lineal, donde A es una matriz cuadrada invertible.

- Deducir el método de Jacobi.
- Explicar su sobrerrelajación.
- Probar que si A es diagonal dominante estrictamente por filas, Jacobi converge.
- Para la siguiente matriz, determinar si Jacobi o alguna sobrerrelajación converge:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

Problema 2 (35 puntos)

- Encunciar y demostrar el Teorema del Punto Fijo.
- Enunciar el Teorema de órdenes para un MIG.
- Encontrar valores para a y b que garanticen máximo orden de convergencia del método definido como sigue, cada vez que sea convergente:

$$x_0 = 1$$
$$x_{n+1} = ax_n + b \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Problema 3 (30 puntos)

Se desea resolver numéricamente el PVI dado por $y'(x) = 2y(x)$ con $y(0) = 1$ en $[0, 1]$.

- Resolver exactamente.
- Expresar las secuencias obtenidas mediante Euler hacia adelante y Trapecio.
- Demostrar, usando la parte (b), que ambos métodos son consistentes.