Examen - Métodos Numéricos

Febrero de 2018

Número de prueba	APELLIDO, Nombre	Cédula de identidad

Problema 1 - Ecuaciones Diferenciales (35 puntos)

a) Obtener el método de Euler hacia adelante.
b) Hallar su región de estabilidad.
c) Definir error local y global.
d) Demostrar que el error local del método de Euler hacia adelante tiene orden 2.

Problema 2 - Sistemas Lineales (35 puntos)

a) Enunciar y demostrar el Teorema de caracterización de Convergencia.
b) Definir en forma vectorial el método de Jacobi.
c) Definir en forma vectorial el método de Gauss-Seidel.
d) Demostrar que en sistemas lineales 2x2, Jacobi converge si y solo si Gauss Seidel converge.

Problema 3 - Interpolación (30 puntos)

a) Demostrar que el polinomio interpolante de una función par por las abscisas $\{-x_1, \dots, -x_n, 0, x_1, \dots, x_n\}$ es también par.
b) Se desea aproximar a la función $f(x) = sen^2(x)$ en el intervalo $[0, \pi]$ con una interpolación de 5 puntos. Calcular su polinomio interpolante $p(x)$ por el método de Lagrange, en las abscisas 0, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{4}$ y π.
c) Exprese el polinomio p en su forma general.
Sugerencia: Notar que $g(x) = p(x - \frac{\pi}{2})$ es par.
Luego resolver un sistema lineal para hallar el polinomio g.
d) Acotar el error de interpolación cometido al aproximar f por p, en $[0, \pi]$.