Examen - Métodos Numéricos
IMERL - Facultad de Ingeniería
Universidad de la República

25 de Febrero del 2011

Ejercicio 1.

Se tiene un sistema lineal con forma matricial igual a: $Ax = b$, $A \in \mathcal{M}^{n\times n}$, $x \in \mathcal{M}^{n\times 1}$ y $b \in \mathcal{M}^{n\times 1}$.

1. *a*) Escribir el pseudo-código del método de Escalerización Gaussiana con intercambio de filas y Sustitución Hacia Atrás.
   b) ¿Cúal es el propósito de realizar intercambios de filas?
2. Contar el número de operaciones en punto flotante del método de la Parte 1.1.a. Expresarlo como el término de mayor orden y su coeficiente.
3. Se representarán los números con 5 cifras y con redondeo (si es 5 se elige la cifra anterior par), por ejemplo: $212,345$ se representa $2,1234E2$. Resuelva el siguiente sistema sin pivoteo y compare contra la solución exacta. ¿Dónde se origina el error?

$$A = \begin{pmatrix} 1,0000E1 & -7,0000E0 & 0,0000E0 \\ -3,0000E0 & 2,0990E0 & 6,0000E0 \\ 5,0000E0 & -1,0000E0 & 5,0000E0 \end{pmatrix} \text{ y } b = \begin{pmatrix} 7,0000E0 \\ 3,9010E0 \\ 6,0000E0 \end{pmatrix}$$

4. Operando y representando como en la parte anterior, resuelva el sistema anterior con pivoteo y compare contra la solución exacta.

Ejercicio 2.

1. Deduzca el método de la secante y escriba un pseudo-código del mismo planteando criterios de parada adecuados.

2. Dada la siguiente ecuación no lineal:

$$f(x) = 0 \qquad \text{siendo:} \qquad f(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad f(x) = x^2 - \sin(x)$$

Realice trés iteraciones partiendo de los puntos $x^0 = 1$ y $x^1 = 1,5$, presentando los resultados en el siguiente formato:

iter. k	x^{k-1}	$f(x^{k-1})$	x^k	$f(x^k)$	x^{k+1}
1	1,00	...	1,50	...	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

3. Enuncie el Método de Newton-Raphson. Luego compárelo con el Método de la Secante en cuanto a:
    - Orden de convergencia
    - Información inicial necesaria
    - Información necesaria por iteración

Ejercicio 3.

Sea la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $\mathcal{C}^m$ y definiendo $y_i = f(t_i)$ con $i = 1...m$. Y los datos:

t	y
t_1	y_1
t_2	y_2
$\vdots$	$\vdots$
t_m	y_m

1. Demostrar que el error de interpolación polinómica vale para todo $t \in [t_1, t_m]$:

   $$f(t) - p_m(t) = \frac{f^{(m)}(\xi_t)}{m!} \prod_{i=1}^{m} (t - t_i)$$

   Con $\xi_t \in [t_1, t_m]$

2. Definir la Interpolación Lineal a Trozos de los datos del problema y dar fórmulas de interpolación.

3. Usando el teorema de la parte 3.1. hallar una cota del error de interpolación en un intervalo cualquiera de la parte 3.2.