

Nº Examen :

Nombre:

1) Sea $f(x) = \sqrt{x}$ para la cual se considera la siguiente tabla de valores :

x	$1/4$	1	$9/4$
$f(x)$	$1/2$	1	$3/2$
$f'(x)$	1	$1/2$	No hay dato

a) Hallar el polinomio interpolador de cuarto grado correspondiente

(Sug.: Puede ser útil considerar la siguiente base de los polinomios de grado ≤ 4 :

$$\{1, (x-1/4), (x-1/4)^2, (x-1/4)^2(x-1), (x-1/4)^2(x-1)^2\}$$

b) Si $x = 1/2$, calcule $f(x)$. Evalúe el polinomio interpolador obtenido en $x = 1/2$

¿Cuál es el error cometido? ¿Es coherente con la fórmula del error para este caso? Explique.

$$(f(x) - P_4(x) = \frac{f^{(5)}(c)}{5!} (x-1/4)^2 (x-1)^2 (x-9/4) , c \in [1/4, 9/4])$$

c) Si ahora omite la información en la abscisa $x = 9/4$, cual sería la estimación obtenida para $f(1/2)$?

¿Cuál es el valor del error cometido en este caso?

¿Es coherente con la fórmula del error para este caso? Explique.

$$(f(x) - P_3(x) = \frac{f^{(4)}(c)}{4!} (x-1/4)^2 (x-1)^2 , c \in [1/4, 1])$$

¿Cuál de los dos métodos resultó mejor?

2) Sea la función $z(x, y) = 12y^2Ly - (x-1)^3 - 12x(y^2 - 1)$, $y > 0$

a) Plantear el sistema no lineal que verifican los puntos estacionarios de z

b) Para el sistema anterior establezca como sería su resolución numérica con el método de Newton-Raphson

c) Partiendo del punto $(-1, 1/4)^t$ haga 3 iteraciones del método.

Calcule la norma 2 del residuo en el tercer iterado.

d) Partiendo del punto $(1/2, 1)^t$ haga 3 iteraciones del método.

Calcule la norma 2 del residuo en el tercer iterado.

3) Se considera el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales

$$(S) \begin{cases} \dot{x} = w^2 y - wx \\ \dot{y} = x + wy \end{cases} \quad \text{donde se satisfacen las siguientes condiciones de borde:}$$

$$y(0) = 1, \quad y(\pi/2w) = 0$$

a) Transforme el sistema de ecuaciones (S) en una ecuación diferencial de segundo orden en una variable.

b) Plantee una discretización de la derivada segunda que presente un error de truncamiento de orden mayor o igual que 2, demostrando cual es el orden del mismo

c) Utilizando una discretización adecuada del dominio, plantee la estructura de la matriz y el término independiente del sistema de ecuaciones lineales que surge de aplicar un enfoque de diferencias finitas para resolver la ecuación diferencial hallada en a) utilizando la discretización de la derivada segunda determinado en b)

d) Dadas las características de la matriz del sistema de ecuaciones determinado en la parte anterior, plantee el pseudocódigo de un algoritmo de escalerización eficiente. Determine el número de flops del mismo, comparando con el de otros métodos vistos en el curso.

Puntajes: 1) 33 : a) 13 b) 10 c) 10

2) 33 : a) 6 b) 7 c) 10 d) 10

3) 34 : a) 8 b) 8 c) 9 d) 9