Métodos Numéricos

IMERL - Facultad de Ingeniería - UDELAR

Examen del 2 de Febrero de 2008

Ejercicio 1.

Parte I

Considere la representación binaria en punto flotante:

$$+(d_0 + d_1 2^{-1})2^e, \qquad 0 \leq d_i < 2 \quad \text{normalizado de forma tal que } d_0 \neq 0$$

y con el exponente e en el rango definido por $e_{mín} = -2, \quad e_{máx} = 1$

a) Hallar todos los números representables con este formato

b) Si tratamos de hacer la suma $1,72 + 0,79$ en una computadora con esta representación, ¿qué valor obtendremos por resultado, suponiendo que redondea al más próximo? (Explique todos los resultados intermedios obtenidos)

Parte II

Utilizando el desarrollo de Taylor, obtenga la siguiente fórmula para la tercera derivada:

$$f^{(3)}(x) \approx \frac{f(x+2h) - 2f(x+h) + 2f(x-h) - f(x-2h)}{2h^3}$$

y obtenga una expresión explícita para el error.

Ejercicio 2.

a) Defina que es una matriz n por n estrictamente diagonal dominante por filas.

b) Probar que si aplicamos el método de Jacobi a un sistema lineal $Ax = b$ en donde A es una matriz estrictamente diagonal dominante por filas entonces este método resulta convergente.

c) Dada $A = \begin{bmatrix} a+1 & 2 & -1 \\ 2a & -10 & 1 \\ 3 & 1 & a-1 \end{bmatrix}$ Determinar que condición debe cumplir a para que la matriz A sea estrictamente diagonal dominante por filas.

Ejercicio 3.

a) Describa el Método de Newton-Raphson, caso escalar, para resolver $f(x) = 0$.

b) Describa el Método de Newton-Raphson para un sistema no lineal de n ecuaciones con n incógnitas.

c) Se considera el sistema:

$$\begin{cases} x_1^3 + x_2^3 = 2x_1 x_2 \\ x_1^2 + x_2^2 = 1 \end{cases}$$

Realizar dos iteraciones del Método de Newton-Raphson partiendo del punto $x^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) = (0, 1)$.
Explicitar todos los pasos intermedios.
Compare las normas 2 ($|| \cdot ||_2$) de los vectores residuo en $x^{(0)}$, $x^{(1)}$ y $x^{(2)}$