

Métodos Numéricos

IMERL - Facultad de Ingeniería - UDELAR

Examen del 16 de Febrero de 2007

Ejercicio 1.

Dado un método iterativo de la forma $Mx^{(k+1)} = (M - A)x^{(k)} + b$ (con M invertible) para resolver un sistema de ecuaciones de la forma $Ax = b$; se pide:

Parte 1 Demostrar que una condición **suficiente** para que el método sea convergente es que $\|Q\| < 1$, donde $Q = M^{-1} \cdot (M - A)$.

Parte 2 Demostrar que una condición **necesaria y suficiente** para que el método converja es que $\rho(Q) < 1$ (radio espectral de Q sea menor a 1).

Parte 3 Deduzca el Método de Jacobi y halle la expresión de la matriz M para ese método.

Ejercicio 2.

Dada una matriz $A \in R^{n \times n}$:

Parte 1 Describa el proceso de obtención de la descomposición LU de la matriz A , asumiendo que durante el mismo no es necesario realizar pivoteo.

Parte 2 Demuestre la unicidad de la descomposición LU .

Sugerencia: El producto de matrices triangulares inferiores da una matriz triangular inferior.

Parte 3 Dados m sistemas de la forma $Ax = b_i$, $i \in 1..m$.

¿Cuál es el orden computacional de resolver los m sistemas aplicando eliminación Gaussiana?

¿Cuál es el orden computacional de resolver los m sistemas calculando la descomposición LU ?

Ejercicio 3.

Se tiene el siguiente conjunto de datos:

μ	ω
0.05	0.0522
0.10	0.1074
0.15	0.1669
0.20	0.2327
0.25	0.3070

Sabemos que los datos responden a una función de la forma,

$$g(\mu) = \alpha - \sqrt{\frac{\mu}{\beta} + \gamma}$$

Por lo tanto se buscará ajustar la función $g(\mu)$ a la tabla de datos, de manera de tener una herramienta simple y precisa para calcular valores intermedios de dicha tabla.

Parte 1 ¿Qué método usaría para realizar el ajuste anterior? Deduzca dicho método.

Observación: No deberá deducir métodos secundarios que pudiera necesitar para realizar el ajuste.

Parte 2 Ahora sabemos además que el parámetro γ cumple la siguiente relación: $\gamma = \alpha^2$. Encuentre un método más eficiente que el anterior para resolver el problema de ajuste.

Sugerencia: Halle la expresión de $g^{-1}(\omega)$ y plantee el ajuste a una función de esa forma.

Parte 3 Usando el método planteado en la parte anterior halle el valor de α y β a partir de los datos.