# Métodos Numéricos - Curso 2005

**IMERL - Facultad de Ingeniería - UDELAR**

Examen del 17 de Febrero de 2006

## Ejercicio 1.

Sea $A$ una matriz real $n \times n$, y sean $P$ y $N$ matrices tales que:

$$A = (1 + \omega)P - (N + \omega P)$$

Además se sabe que $P^{-1}N$ es invertible y tiene valores propios reales que satisfacen $1 > \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots \geq \lambda_n > 0$.
Determine los valores reales de $\omega$ para que el método iterativo:

$$(1 + \omega)Px^{(k+1)} = (N + \omega P)x^{(k)} + b \qquad k \geq 0$$

sea convergente a la solución del sistema $Ax = b$ cualquiera sea la semilla $x^{(0)}$. Enuncie claramente los resultados que no demuestre y especifique dónde los aplica. (Será de utilidad observar que si $v$ es vector propio de la matriz $B$, entonces también lo es de $B + \alpha I$ $\forall \alpha$).

## Ejercicio 2.

Se sabe que, en condiciones ideales, una población de bacterias crece exponencialmente. Los datos experimentales son los de la tabla (el tiempo está en minutos):

| Tiempo | N$^{o}$ individuos |
|---|---|
| 0 | 2 |
| 15 | 6 |
| 30 | 7 |
| 45 | 17 |
| 60 | 30 |

1. Se desea predecir la población en t= 5 minutos y en t= 35 minutos. ¿Usaría interpolación o mínimos cuadrados? Justifique.

2. Complete la tabla para t= 5 y t= 35; usando el método que haya elegido. Si llamamos $f(t)$ a la población en tiempo t, deberá aclarar quién es $f$.

# Ejercicio 3.

**Parte 1.**
a) Enuncie y explique el problema de mínimos cuadrados no lineales.
b) Enuncie y explique el algoritmo de Gauss-Newton. No será necesario demostrar la convergencia del método a la solución.
c) Escriba en Matlab una función para ajustar una función no lineal de la forma $f(t) = a_1 \cdot e^{2a_2 t}$ a una serie de puntos, usando el algoritmo de Gauss-Newton. Dicha función deberá tener el siguiente encabezado:

```
function [a1, a2] = gn(t, y, a1i, a2i, tol)
```

donde t e y son los vectores columna correspondientes a los puntos, a1i y a2i son las condiciones iniciales para los parámetros, y tol es la tolerancia.

**Parte 2.**
a) Enuncie y explique el problema de encontrar una función interpolante para una serie de puntos $(ti, yi), i = 1 \ldots n$.
b) Explique la técnica de splines cúbicos para el problema de interpolación. No será necesario hallar explícitamente la función interpolante.