

Métodos Numéricos  
IMERL - Facultad de Ingeniería - Universidad de la República

Examen Diciembre 2005

## Problema 1

Suponga que la función  $\phi(x)$  tiene un punto fijo real  $\alpha$  y que dentro del intervalo  $J = \{x/|x - \alpha| < \rho\}$  se cumple que  $|\phi'(x)| < 1$ . Considere el método iterativo  $x_{k+1} = \phi(x_k)$ .

1. Demuestre que para todo  $x_0 \in J$  se cumplen las siguientes afirmaciones:

- a)  $x_k \in J$  para todo  $k$ .
- b)  $\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = \alpha$ .
- c)  $\alpha$  es único.

2. Para las siguientes funciones estudie si es posible encontrar un  $J$  en las condiciones de la parte anterior que permita encontrar los ceros  $\alpha_1 = -1$  y  $\alpha_2 = 2$  de  $f(x) = x^2 - x - 2$ .

- a)  $\phi_1(x) = x^2 - 2$
- b)  $\phi_2(x) = \sqrt{2 + x}$
- c)  $\phi_3(x) = -\sqrt{2 + x}$
- d)  $\phi_4(x) = 1 + 2/x$

## Problema 2

1. Dado el sistema lineal  $Ax = b$  con  $A$  matriz  $n \times n$  **tridiagonal**, escriba y explique un código que permita realizar la escalerización gaussiana de forma **eficiente**. *Para esta parte asuma que no es necesario realizar pivoteo y que el sistema es escalerizable.*
2. Halle la cantidad de operaciones necesarias para realizar la escalerización gaussiana de la parte anterior. Identifique claramente las operaciones que tiene en cuenta e indíquelas en el código.