

Métodos Numéricos - Curso 2004  
IMERL - Facultad de Ingeniería - Universidad de la República

Examen Agosto 2005

### Problema 1

Se sabe que la respuesta de un sistema es de la forma:  $y(t) = \alpha + e^{-\beta t}$ . Se ensayó la respuesta del mismo y se obtuvo una tabla  $(t_i, y_i)_{i=1\dots N}$  con la respuestas del sistema en  $N$  instantes de tiempo  $t_i$ .

1. **(30 puntos)** Explique un método que permita determinar los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  mediante mínimos cuadrados. Deberá deducir **todas** las ecuaciones necesarias para implementar el método.

### Problema 2

1. **(8 puntos)** Dado el sistema lineal  $Ax = b$  con  $A$   $n \times n$ , explique el método de escalerización gaussiana y escriba un código Matlab que lo implemente. **Para esta parte asuma que no es necesario realizar pivoteo y que el sistema es escalerizable.**
2. **(7 puntos)** Justifique la necesidad de realizar pivoteo e implemente (en el código de la parte anterior) la estrategia de pivoteo parcial.
3. **(8 puntos)** Halle la cantidad de cuentas necesarias para realizar la escalerización gaussiana de la parte anterior.
4. **(12 puntos)** Utilizando la escalerización gaussiana defina la descomposición  $LU$  de la matriz  $A$ . Defina claramente las matrices  $L$  y  $U$  y como se obtienen. Explique como se utiliza la descomposición  $LU$  para resolver el sistema lineal  $Ax = b$ .

### Problema 3

Se desea encontrar la raíz de la ecuación  $e^{-x} = 1/2$ . Considere el siguiente método iterativo:

$$x_{k+1} = \frac{(x_k + 1)e^{-x_k} - 1/2}{e^{-x_k}}$$

1. **(12 puntos)** Demuestre que existe un intervalo,  $I$ , tal que si  $x_0$  está en  $I$  el método es siempre convergente.
2. **(8 puntos)** Defina orden y velocidad de convergencia.
3. **(15 puntos)** Demuestre que el orden de convergencia del método anterior es 2. Deberá enunciar claramente los resultados utilizados.

Sugerencia: Escriba el método iterativo como  $x_{k+1} = x_k - d_k$ .