

Examen 31 de enero del 2004

Nombre	C.I.

Problema 1

Se considera la ecuación diferencial

$$y' = f(x, y) = x - y^2; \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

1. Defina el concepto de ecuación diferencial estable.
2. Hallar la región de \mathbb{R}^2 en donde la ecuación es estable.
3. Resolver por el método de EULER explícito la ecuación con condición inicial $y(0) = 4$. Escribir el programa correspondiente en MATLAB.
4. Resolver la ecuación por el método de Euler implícito (predictor corrector).

Problema 1

Se considera la ecuación diferencial

$$y' = f(x, y) \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

1. Resolver por el método de Euler explícito (hacia adelante) la ecuación con condición inicial $y(0) = 1$. Escribir el programa correspondiente en Matlab.
2. Defina el concepto de estabilidad numérica, problema test, y región de estabilidad.
3. Encuentre la región de estabilidad para el método de Euler explícito.
4. Resolver la ecuación por el método de Euler implícito (predictor corrector). Escribir el programa correspondiente en Matlab.

Problema 2

Considere el sistema lineal $Ax = b$ con A matriz $n \times n$ invertible.

1. Explique el método de Escalericación Gaussiana para hallar la solución del sistema anterior, y escriba un código Matlab que lo implemente.
2. Halle la **cantidad total** de cuentas necesarias **para resolver el sistema**.
3. Si se conoce una aproximación x_o a la solución real x del sistema anterior. ¿Qué método utilizaría para encontrar una mejor aproximación de x a partir de x_o ?. Explique claramente todas las hipótesis que haga y las propiedades y teoremas que utilice (**no es necesario hacer las demostraciones**).

Problema 3

Se desea hallar el inverso $\frac{1}{x}$ de un número real mayor que 1. Se posee una calculadora elemental en la cual solo pueden hacerse las operaciones de adición: +, sustracción: −, y multiplicación: * al haberse roto la tecla que da la división: / y no tener dicha calculadora definida la inversa de un número.

1. Plantee el cálculo del inverso de $a > 1$ como la ecuación

$$\frac{1}{x} - a = 0$$

y el esquema iterativo de Newton Raphson correspondiente mostrando que no se necesita la tecla de dividir "/".

2. Elija adecuadamente x_0 para que el esquema iterativo converja. Asuma que sabe calcular la inversa de la potencias de 10 (para 10 la inversa es 0.1, para 100 la inversa es 0.01, etc.) para elegir x_0 .
3. Escriba el pseudocódigo del programa resultante para hallar la inversa de a .