

**Examen 22 de febrero del 2002**

Nombre	C.I.

- Escriba un código Matlab de escalerización gaussiana *eficiente* para una matriz  $A$ ,  $n \times n$ , **tridiagonal**. (Suponga que no debe realizar pivoteos).
  - Estime la cantidad de operaciones realizadas para obtener esta escalerización y para realizar la sustitución hacia atrás.
  - Descomposición  $LU$ . Haga un esquema de la estructura de las matrices  $L$  y  $U$  resultantes de la descomponer la matriz  $A$ .
  - En caso que ya tuviera calculadas las matrices  $L$  y  $U$  y también la inversa,  $A^{-1}$ , que método sería más conveniente para resolver el sistema  $Ax = b$  desde el punto de vista de la cantidad de operaciones necesarias.
- Explique brevemente los conceptos de consistencia y estabilidad que se relacionan con la resolución numérica de una EDO.
  - Deduzca y explique el método del trapecio. ¿Cuál es el orden de consistencia de este método?.
  - Halle la region de estabilidad del método del trapecio.
  - Escriba un algoritmo Matlab que resuelva mediante el método del trapecio una EDO genérica  $y'(x) = f(x, y)$  en un intervalo  $[a, b]$  con  $y(a) = c$ , con paso fijo  $h$ . Se desea que este algoritmo proporcione como salida la información suficiente para poder graficar la solución. **Obs:** Se puede suponer  $f(x, y)$  ya implementada en una función Matlab.
- Explique en que consiste el método de Newton-Raphson para resolver una ecuación de la forma  $f(x) = 0$ ,  $f : R \rightarrow R$ . Escriba el método en la forma  $x_{k+1} = g(x_k)$  y realice una representación gráfica.
  - Defina el orden de convergencia de un método iterativo general de la forma  $x_{k+1} = g(x_k)$  y demuestre que el método de Newton-Raphson es de orden cuadrático. **Obs:** Si usa algún teorema deberá enunciarlo y demostrarlo.
  - Compare el método de Newton-Raphson con el método de bipartición. En particular, discuta sobre: velocidad de convergencia, complejidad del algoritmo, y condiciones de convergencia.