Métodos Numéricos - Curso 2001
Instituto de Matemática (IMERL)

Examen 26 de diciembre del 2001

1. Sea la ecuación diferencial:

$$(E) \begin{cases} y' = f(y, x) \\ y(a) = \alpha \\ x \in [a, b] \end{cases}$$

   (a) Para hallar aproximadamente la solución de (E), se considera un método de paso h fijo. Explique la diferencia entre el error de truncamiento y el error del redondeo. Defina la consistencia y la estabilidad numérica de un método.

   (b) Deducir y explicar el método de Euler (hacia adelante) para resolver (E).

   (c) Para el método de Euler (hacia adelante), halle el orden del método.

2. (a) Deduzca el método de Newton para resolver $f(x) = 0$ con $f : R \to R$. Haga una representación gráfica.

   (b) Sea el método iterativo general $x_{k+1} = g(x_k)$, escribir la g correspondiente al método de Newton.

   (c) Aplique la parte anterior para resolver $x = e^{-x}$ con un error menor a 1×10^{-3}.

   (d) Halle el orden de convergencia del método de Newton justificando su respuesta.

   (e) Resuelva $x = e^{-x}$ mediante el método de la secante. La solución se admite con un error de 1×10^{-3}.

3. Considere un sistema de ecuaciones $Ax = b$, con A matriz $n \times n$, no singular.

   (a) Explique el método de escalerización gaussiana y escriba un código Matlab que lo implemente. Suponga que no es necesario pivotear.

   (b) Halle la cantidad de cuentas efectuadas al escalerizar.

   (c) Explique como resolver el sistema $Ax = b$ en forma iterativa. En particular, explique el método de Jacobi.

   (d) Si $A = L + D + U$ siendo D la diagonal y L y U las matrices triangulares inferiores y superiores de A, expresar el método de Jacobi en la forma $\mathbf{x}_{k+1} = Q\mathbf{x}_k$ poniendo Q en función de las matrices L, D y U.