

Viernes 22 de julio de 2000.

Examen de Métodos Numéricos

APELLIDOS

NOMBRE

Nº DE CEDULA

1. (a) Deducir la fórmula del trapecio $T(h)$ para evaluar numéricamente $\int_a^b f(x)dx$ donde $h = x_{i+1} - x_i = (b - a)/n$.
- (b) Demuestre que si f es de clase $C^2[a, b]$ el error $|\int_a^b f(x)dx - T(h)| \leq \frac{(b-a)h^2}{12} M_2$ con $M_2 = \sup_{t \in [a, b]} |f''(t)|$
- (c) Acotar h para obtener numéricamente el valor de $\int_0^1 e^{-x^2/2} dx$ con error $\epsilon \leq 10^{-6}$.

2. Supongamos que para h cercano a 0 se cumple que $F(h)$ se expresa como $F(h) = a_0 + a_1 h^{p_1} + a_2 h^{p_2} + a_3 h^{p_3} + \dots$, con $0 < p_1 < p_2 < p_3 < \dots$ enteros positivos.

- (a) Escriba en este caso el algoritmo de extrapolación de Richardson para calcular a_0 .
- (b) Una cantidad física X depende de la presión P de un gas según la fórmula $X = c_0 + c_1 P^2 + c_2 P^4 + c_3 P^6$ donde c_0, c_1, c_2, c_3 son constantes no nulas. Hallar el valor de X en el vacío ($P = 0$) usando las mediciones de P y X siguientes

$$\begin{pmatrix} P = & 0.8 & 0.4 & 0.2 & 0.1 & 0.05 \\ X = & 740 & 580 & 480 & 470 & 460 \end{pmatrix}$$

3. Se desea ajustar una recta $y = ax + b$ a un conjunto de datos (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, n$ utilizando el método de mínimos cuadrados.

- (a) Deduzca las ecuaciones normales.
- (b) Compare las ecuaciones normales con el método QR de resolución de mínimos cuadrados.
- (c) Halle la recta $y = ax + b$ de ajuste a los datos

$$\begin{pmatrix} x_i = & -2 & 0 & 2 & 3 \\ y_i = & 1 & 1.4 & 1.6 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Sea A matriz real $n \times n$

- (a) ¿A qué se llama descomposición LU de A ?
- (b) De condiciones bajo las cuales preferiría o no utilizar la descomposición LU respecto a la eliminación gaussiana.
- (c) Si A es tridiagonal describa el Algoritmo de Thomas para hacer la descomposición LU. ¿Cuántas operaciones (o flops) se necesitan en este caso en función de n ?

Para aprobar el examen se necesita **como mínimo** responder bien dos de las cuatro preguntas. Puede utilizarse calculadora.