

Instituto de Física

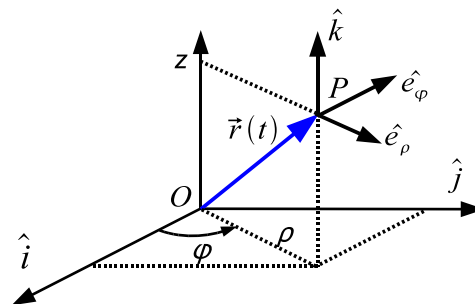
Mecánica Newtoniana

Hoja de fórmulas, primera parte.

Sistema de coordenadas

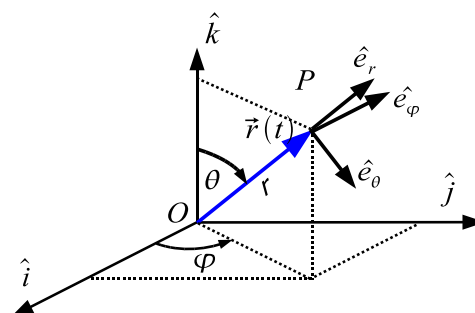
Coordenadas cilíndricas:

$$\begin{aligned}\vec{r} &= \rho \hat{e}_\rho + z \hat{k} \\ \vec{v} &= \dot{\rho} \hat{e}_\rho + \rho \dot{\varphi} \hat{e}_\varphi + \dot{z} \hat{k} \\ \vec{a} &= (\ddot{\rho} - \rho \dot{\varphi}^2) \hat{e}_\rho + (\rho \ddot{\varphi} + 2\dot{\rho} \dot{\varphi}) \hat{e}_\varphi + \ddot{z} \hat{k}\end{aligned}$$



Coordenadas esféricas:

$$\begin{aligned}\vec{r} &= r \hat{e}_r \\ \vec{v} &= \dot{r} \hat{e}_r + r \dot{\theta} \hat{e}_\theta + r \dot{\varphi} \sin \theta \hat{e}_\varphi \\ \vec{a} &= \left(\ddot{r} - r \dot{\theta}^2 - r \dot{\varphi}^2 \sin^2 \theta \right) \hat{e}_r \\ &+ \left(r \ddot{\theta} + 2\dot{r} \dot{\theta} - r \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta \right) \hat{e}_\theta \\ &+ \left(r \dot{\varphi} \sin \theta + 2\dot{r} \dot{\varphi} \sin \theta + 2r \dot{\theta} \dot{\varphi} \cos \theta \right) \hat{e}_\varphi\end{aligned}$$



Coordenadas curvilíneas intrínsecas:

Triedro de Frenet:

$$\hat{t} = \frac{d\vec{r}}{ds} \quad \hat{n} = \mathcal{R} \frac{d\hat{t}}{ds} \quad (\text{con } \mathcal{R} \text{ radio de curvatura}) \quad \hat{b} = \hat{t} \times \hat{n}$$

$$\vec{v} = \dot{s} \hat{t} \quad \vec{a} = \ddot{s} \hat{t} + \frac{\dot{s}^2}{\mathcal{R}} \hat{n}$$

Movimiento Relativo:

Fórmula de cambio de la derivada de un vector:

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{d'\vec{A}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{A} \quad \frac{d'}{dt} \text{ derivada temporal en el sistema móvil } S'$$

$\vec{\omega}$ velocidad angular de S' respecto al sistema S .

Teorema de Roverbal: $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_T$ donde:

- $\vec{v}(\vec{v}')$ velocidad absoluta (relativa) de P;
- $\vec{v}_T = \vec{v}_{O'} + \vec{\omega} \times \vec{r}'$ velocidad de transporte de P;
- $\vec{v}_{O'}$ velocidad absoluta de O' , $\vec{r}' = P - O'$

Teorema de Coriolis: $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_T + \vec{a}_C$ donde:

$\vec{a}(\vec{a}')$ aceleración absoluta (relativa) de P;
 $\vec{a}_T = \vec{a}_{o'} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$ aceleración de transporte de P;
 $\vec{a}_{o'}$ aceleración absoluta de O' , $\vec{r}' = P - O'$
 $\vec{a}_C = 2\vec{\omega} \times \vec{v}'$ aceleración de Coriolis

Movimiento Central:

Primer preintegral: $r^2\dot{\theta} = \frac{\ell}{m}$

Fórmulas de Binet:

$$v^2 = \frac{\ell^2}{m^2} [u^2 + u'^2] \quad a_r = -\frac{\ell^2 u^2}{m^2} [u + u''] \quad u(\theta) = \frac{1}{r}$$

Leyes de Kepler:

1. $r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \theta}$.

Para la trayectoria elíptica:

- $a = \frac{p}{1 - \varepsilon^2}$ semieje mayor
- $b = \frac{p}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}$ semieje menor

2. Velocidad areolar: $\frac{dA}{dt} = \frac{\ell}{2m} = cte$

3. $T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3$ período del movimiento.