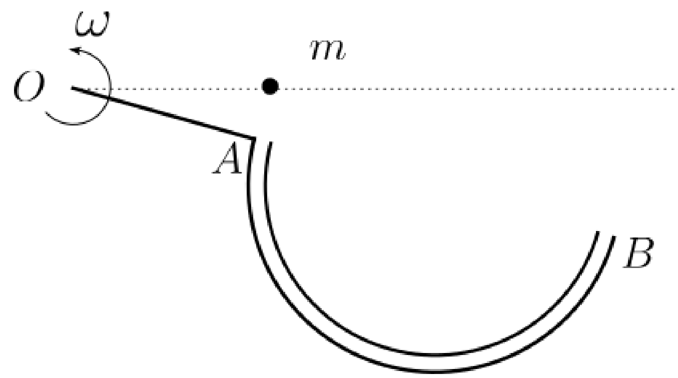
Mecánica Newtoniana - Primer parcial

6 de mayo de 2025
Duración: 4 hs.

Problema 1 (20 puntos)

Un tubo liso con extremos A y B, con forma de media circunferencia de radio R, gira en un plano horizontal con velocidad angular ω constante respecto a un sistema de referencia inercial. La rotación ocurre alrededor de un eje perpendicular al plano que pasa por el punto O, el cual permanece fijo en el sistema inercial (ver figura). La distancia OA es R (constante). En el instante inicial, el extremo A del tubo captura una partícula de masa m que se encuentra en reposo en el sistema inercial. A partir de ese instante, la partícula comienza a moverse dentro del tubo. **En este problema no actúa el peso**.



a) Mientras la partícula se encuentra en el tubo:

   i) Defina un sistema de referencia S' solidario al tubo. Defina una o más coordenadas adecuadas para describir el movimiento de la partícula en un instante arbitrario mientras permanece dentro del tubo. Exprese la velocidad y la aceleración de la partícula relativas a S' en función de dichas coordenadas.

   ii) Halle una expresión para la velocidad y aceleración absolutas de la partícula. Determine la velocidad inicial de la partícula en S'.

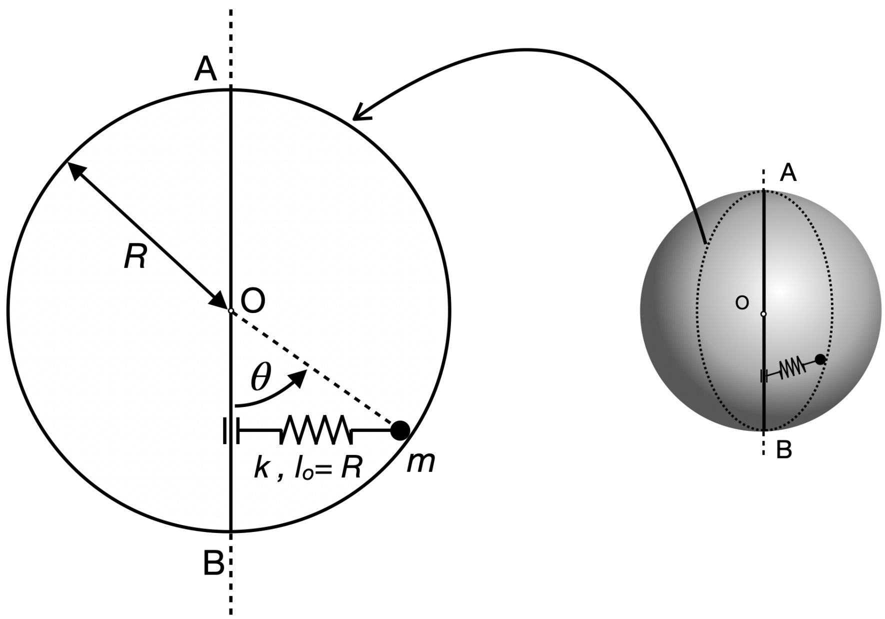
b) Encuentre la/s ecuación/es de movimiento de la partícula mientras se encuentra en el tubo.

c) Determine la velocidad absoluta con la cual la partícula alcanza el punto B. Calcule el módulo de esta velocidad.

d) Halle el trabajo que realizan las fuerzas reactivas sobre la partícula desde que esta ingresa al tubo en el punto A hasta que sale en el punto B.

Problema 2 (20 puntos)

Una partícula de masa m se mueve apoyada en el interior de una superficie esférica de radio R y centro O. El contacto entre la partícula y la superficie es liso. Sobre la partícula actúa una fuerza elástica debida a un resorte de constante elástica k y longitud natural R. Un extremo de este resorte está unido a la partícula y el otro desliza libremente por una guía AB que pasa por el centro O de la esfera, de modo que el resorte permanece perpendicular a AB en todo instante. **En el problema no actúa el peso** y asumimos que la partícula se mantiene siempre apoyada sobre la superficie de la esfera.



a) Demuestre que L_z, definida como la componente en la dirección AB del momento angular de la partícula respecto a O, se conserva durante el movimiento. ¿Se conserva alguna otra cantidad? Fundamente su respuesta.

b) Halle una expresión para L_z en términos de las coordenadas que use para describir el movimiento de la partícula.

En el instante inicial, la partícula se encuentra en el plano "ecuatorial", o sea, en un punto de la esfera contenido en un plano perpendicular a AB que pasa por O. En ese instante la velocidad $\vec{v}_0$ de la partícula es tangente a la esfera. Sea v_{01} su componente en el plano ecuatorial y v_{02} su componente perpendicular a este plano.

c) Muestre que la coordenada θ que se muestra en la figura satisface una ecuación de la forma $\dot{\theta}^2 = g(\theta)$ y halle la función $g(\theta)$.

d) Calcule la condición que se debe cumplir para que en su movimiento posterior el apartamiento máximo de la partícula del plano ecuatorial sea menor a $R/\sqrt{2}$.