

INSTITUTO DE FÍSICA
FACULTAD DE INGENIERÍA
MECÁNICA NEWTONIANA (1122)

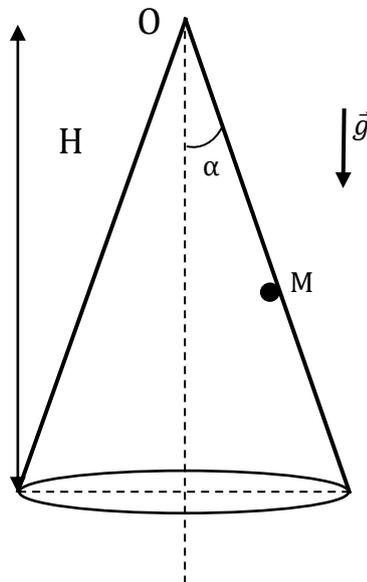
Curso 2024

Examen: 31 de julio de 2024.

Duración: 4 horas.

Ejercicio N° 1:

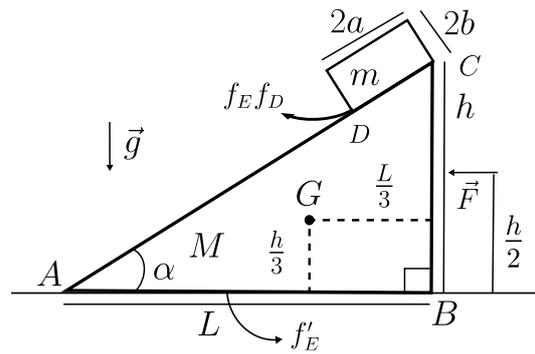
Una partícula de masa M se mueve en la **superficie interior** (vínculo unilateral) de un cono. El cono está fijo, tiene altura H y forma el ángulo α ($0 < \alpha < \pi/2$) con la dirección vertical como indica la figura. El contacto entre la masa y el cono es liso.



- Calcule la posición, velocidad y aceleración de la partícula mientras se mueve en la pared interior del cono en función de las coordenadas y sus derivadas.
- Muestre que la componente vertical del momento angular respecto al punto O es una cantidad conservada y calcúlela en función de las coordenadas y sus derivadas.
- Muestre que este movimiento no tiene soluciones con altura constante.
- Si la partícula parte de una altura $h = H/2$ respecto a la base con velocidad horizontal de módulo v_0 , ¿cuál es el valor mínimo de v_0 para el cual la partícula llegue a la base del cono sin desprenderse?

Ejercicio N° 2:

Considere una placa rectangular de masa m y aristas $2a$ y $2b$ que tiene una de sus aristas de largo $2a$ apoyada sobre una rampa triangular ABC con uno de sus vértices coincidiendo con el punto C de la rampa como muestra la figura. La rampa triangular tiene masa M y está apoyada sobre un plano horizontal, el ángulo α vale $\alpha=30^\circ$. Los contactos entre ambas placas tienen coeficientes de rozamiento estático f_E y dinámico f_D , mientras que entre la rampa y el plano horizontal tiene coeficiente de rozamiento estático f'_E . Sobre la rampa actúa una fuerza horizontal de módulo F como se muestra en la figura.

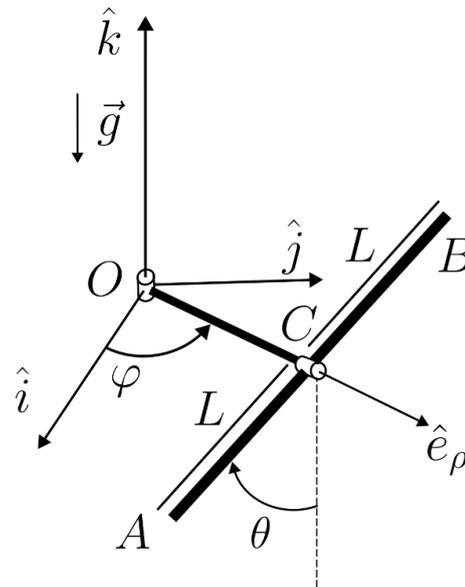


- a) Suponiendo que el sistema parte del reposo, encuentre las condiciones que se tienen que cumplir para que todo el sistema se encuentre en equilibrio.
- b) Suponga ahora que la rampa está en equilibrio y la placa rectangular está deslizando hacia abajo con respecto a la rampa. ¿Cuáles deben ser las condiciones para que la placa rectangular deslice respecto a la rampa sin volcar?

SUGERENCIA: $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

Ejercicio N° 3:

Considere el sistema de la figura formado por las barras homogéneas OC y AB, ambas de largo $2L$ y perpendiculares entre sí por el punto C. La barra OC no tiene masa y la barra AB tiene masa M . Sea \hat{e}_ρ un versor según OC. La barra OC está unida en el punto O a un eje vertical mediante una articulación cilíndrica lisa que le permite girar libremente en la dirección $O\hat{k}$ y permanecer en el plano horizontal (fijo) $O\hat{i}, \hat{j}$. Sea φ el ángulo que forma la barra con respecto a $O\hat{i}$. Mediante otra articulación cilíndrica lisa la barra AB gira libremente en torno a \hat{e}_ρ . Sea θ el ángulo que forma AB con respecto a la vertical que pasa por el punto C.



- a) Pruebe que la componente vertical del momento angular respecto a O del sistema de las barras es una cantidad conservada.
- b) ¿Qué otra cantidad física se conserva en el movimiento del sistema? Justifique.
- c) Halle, en función de las coordenadas y sus derivadas, la componente vertical del momento angular respecto a O para el sistema de barras.

Inicialmente se sabe que $\varphi(t = 0) = \theta(t = 0) = 0$ y que $\dot{\varphi}(t = 0) = \dot{\varphi}_0$ y $\dot{\theta}(t = 0) = \dot{\theta}_0$ con $\dot{\theta}_0 \approx 0$

- d) Halle la velocidad del centro de masas y escriba la velocidad angular cuando $\theta = \pi/2$.