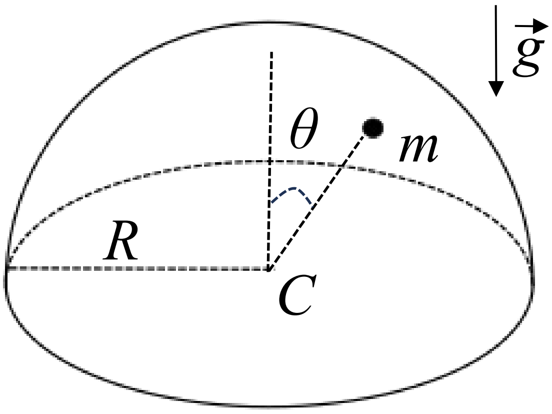
Mecánica Newtoniana - Examen julio 2023

Duración: 4 hs

Ejercicio Nº 1

Considere una partícula de masa m que se mueve apoyada sobre el exterior de la superficie lisa de una semiesfera de radio R. La base de la semiesfera es horizontal. La partícula inicialmente se encuentra a una altura $R/2$ respecto al centro C de la semiesfera. Su velocidad inicial es tangente a la esfera, horizontal y de módulo v_i.



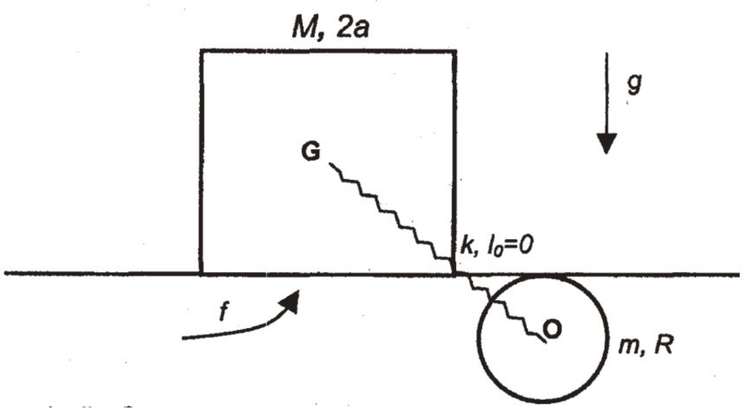
a) Mostrar que la componente vertical del momento angular de la partícula respecto al punto C se conserva.

b) Halle una ecuación de la forma $\dot{\theta}^2 = f(\theta)$ donde θ se muestra en la figura.

c) Halle la condición que debe cumplir v_i para que la partícula no se desprenda de la superficie de la esfera en el instante inicial.

Ejercicio Nº 2

Una placa cuadrada y homogénea de masa M y lado $2a$ se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal, siendo el contacto rugoso con coeficiente de rozamiento estático f. Sobre el lado inferior de la superficie se apoya un disco homogéneo de masa m y radio R, cuyo centro O está unido al centro de masa G de la placa por medio de un resorte de constante k y longitud natural nula. En el instante inicial el disco es lanzado hacia la derecha, siendo la velocidad de su centro v_o y encontrándose dicho centro en la recta vertical que pasa por G. Suponiendo que la placa permanece en reposo y que el disco no se desprende de la superficie y rueda sin deslizar sobre ella:

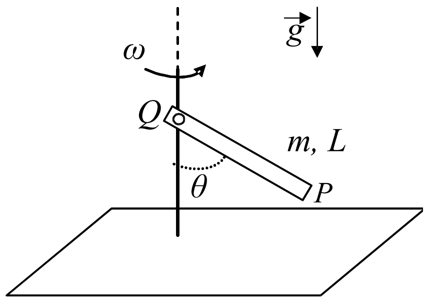


a) Hallar la ecuación de movimiento del disco asumiendo que este permanece pegado a la superficie y el desplazamiento horizontal máximo del centro del disco respecto al centro de masa de la placa cuadrada.

b) ¿Cuál es la condición para que la placa no deslice en ningún momento, suponiendo que no vuelca?

c) ¿Cuál es la condición para que la placa no vuelque en ningún momento, suponiendo que no desliza?

Ejercicio Nº 3



Considere una barra homogénea de extremos Q y P, de largo L y masa m. En el punto Q (fijo) la barra se une a una articulación cilíndrica lisa de eje horizontal, de manera tal de que puede girar libremente alrededor de este eje en un plano vertical. A su vez, la articulación se encuentra unida a un eje vertical que gira con velocidad angular constante ω, de manera tal que el plano vertical en el que la barra rota libremente gira alrededor de este eje con esa velocidad angular. Sea θ el ángulo que forma la barra con el eje vertical. Inicialmente $\theta = \theta_0 \neq 0$ y el extremo P se encuentra apoyado en un plano horizontal fijo y liso.

a) Asumiendo que el extremo P de la barra se mantiene apoyado en el plano horizontal a lo largo de todo el movimiento, halle el momento angular de la barra con respecto al punto Q.

b) Halle la condición que debe cumplir ω para que la barra efectivamente se mantenga apoyada en el plano horizontal en todo su movimiento.

c) Asumiendo que la condición anterior no se cumple, halle la ecuación de movimiento para la coordenada θ luego de que la barra se desprendió del plano horizontal.