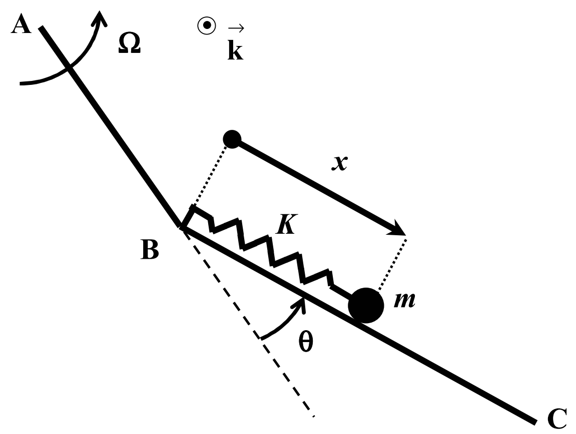
INSTITUTO DE FÍSICA
FACULTAD DE INGENIERÍA
MECÁNICA NEWTONIANA (1122)
Curso 2019

Primer Parcial: 4 de Mayo de 2019.

Ejercicio N° 1 (20 pts):



Considere una barra AB de largo L que gira con velocidad angular constante $\vec{\Omega} = \Omega\vec{k}$ (con $\Omega > 0$) respecto a un eje fijo en un sistema absoluto (referencial inercial). Dicho eje pasa por el extremo A de la barra. En el otro extremo B de la barra AB hay unida una segunda barra BC, de largo $2L$, que puede girar en torno a B. Ambas barras están siempre contenidas en el mismo plano perpendicular al versor $\vec{k}$. Se define θ como el ángulo entre las dos barras (ver figura).

Una partícula P de masa m se mueve apoyada sobre la barra BC (vínculo unilateral, ver figura). La partícula está unida a un resorte de constante elástica $K = 2m\Omega^2$ y longitud natural nula, cuyo otro extremo está unido al punto B. No actúa el peso.

a) Si $\theta(t)$ es arbitrario:

i) Defina un sistema móvil (relativo), tal que P no sea fija en él, especificando claramente su origen de coordenadas y los versores solidarios al mismo. Calcule la velocidad y aceleración relativas al sistema móvil anteriormente definido, la velocidad y aceleración de transporte y la aceleración de Coriolis de P. Obtenga la velocidad y aceleración absolutas de P a partir de las anteriores.

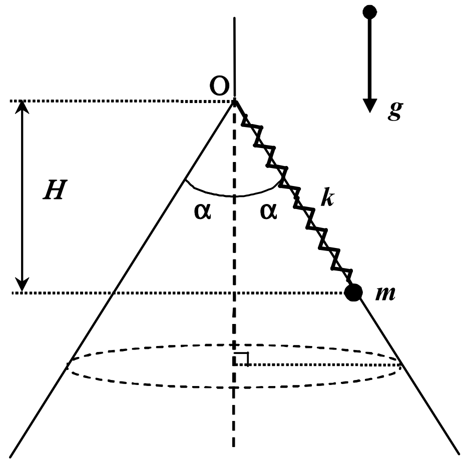
ii) Verifique el resultado anterior derivando directamente la posición absoluta de P.

b) Ahora $\dot{\theta}(t) = \Omega$ constante. Inicialmente $\theta(0) = \frac{\pi}{2}$, la partícula está apoyada en la barra BC a una distancia L del punto B sin deslizar respecto a la misma, y el contacto es rugoso con coeficiente de rozamiento μ_s. Calcule la condición que debe cumplir μ_s para que la partícula no deslice en un entorno del instante inicial.

c) Ahora $\theta(t)=\dfrac{\pi}{2}$, constante en todo instante, la guía es lisa y se considera el movimiento de la partícula relativo a BC. Inicialmente la partícula está en reposo respecto a BC y a una distancia L del punto B. Halle el instante en que la partícula deja de estar apoyada.

Ejercicio No 2 (20 pts):

Una partícula puntual de masa m se mueve en la superficie lisa de un cono (fijo en un sistema inercial) sin desprenderse. El cono tiene vértice O, ángulo al vértice 2α, y su eje es vertical. La partícula está unida a O por un resorte de constante elástica k y longitud natural nula. Inicialmente la partícula se encuentra a una altura H por debajo de O (ver figura) y tiene una velocidad v_0 horizontal (tangente al cono).



a) Se define el momento angular como $\vec{\mathbf{L}}_O = m\,\vec{\mathbf{r}}\times\vec{\mathbf{v}}$, donde $\vec{\mathbf{r}} = \mathrm{P}-\mathrm{O}$ es la posición de la partícula medida desde O (fijo) y $\vec{\mathbf{v}}$ es su velocidad.

i. Demuestre que, genéricamente, para cualquier partícula en un sistema inercial, $\dfrac{d\vec{\mathbf{L}}_O}{dt}=\vec{\mathbf{r}}\times\vec{\mathbf{F}}$, donde $\vec{\mathbf{F}}$ es la fuerza neta sobre la partícula.

ii. Estudiando las fuerzas que actúan en el presente caso, demuestre que la componente vertical de $\vec{\mathbf{L}}_O$ (es decir, su proyección según el eje del cono) es constante.

b) Encuentre las cantidades físicas conservadas que describen el movimiento de la masa m sobre el cono.

c) Halle v_0 para que la altura máxima que alcance la partícula sea $\dfrac{H}{2}$ por encima de la posición inicial. Verifique que hay un valor de la constante elástica k mínimo necesario para que esto suceda.