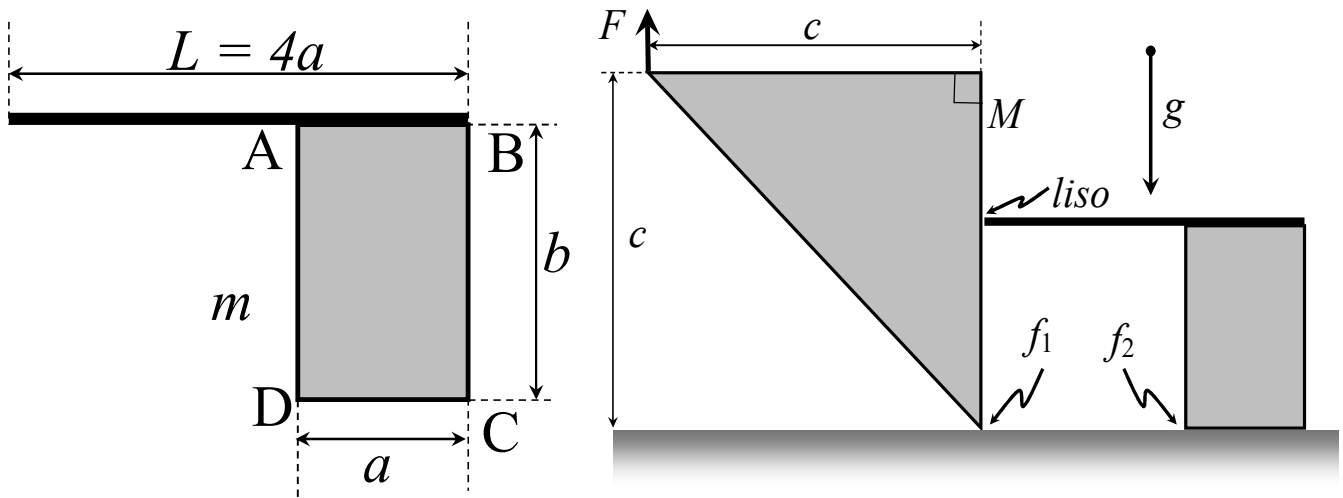


Segundo Parcial Mecánica Newtoniana – 1er Semestre 2023

Duración: 4 hs

Ejercicio N° 1 (20 pts)



Considere un rígido formado por una placa rectangular ABCD y una barra soldada en AB como indica la figura. La placa es homogénea y tiene base a , altura b y masa m . La barra es también homogénea, tiene largo $4a$ y masa a determinar.

a) Calcule la masa de la barra para que el centro de masas del sistema placa rectangular-barra se encuentre sobre el lado AD de la placa. ¿A qué altura estará este centro de masas, medido desde la base DC?

Considere ahora un sistema formado por el rígido de la parte anterior (con la masa hallada en esa parte) y una placa homogénea de masa M con forma de triángulo rectángulo isósceles, de catetos de largo $c > b$. Estos rígidos, ubicados en un plano vertical, se encuentran en equilibrio en la forma que se muestra en la figura. Sobre uno de los vértices de la placa triangular se aplica una fuerza F vertical hacia arriba (ver figura). El contacto entre la placa triangular y la barra es liso. Los contactos entre la placa triangular y el piso y entre la placa rectangular y el piso son rugosos con coeficientes de rozamiento estático f_1 y f_2 respectivamente (ver figura).

NOTA: Recuerde que la altura del centro de masa de un triángulo se encuentra a un tercio de la altura total del triángulo.

b) Realice el diagrama de cuerpo libre de ambos rígidos.

c) Calcule el rango de valores de F que permiten que la placa triangular no desprenda de ninguno de sus apoyos.

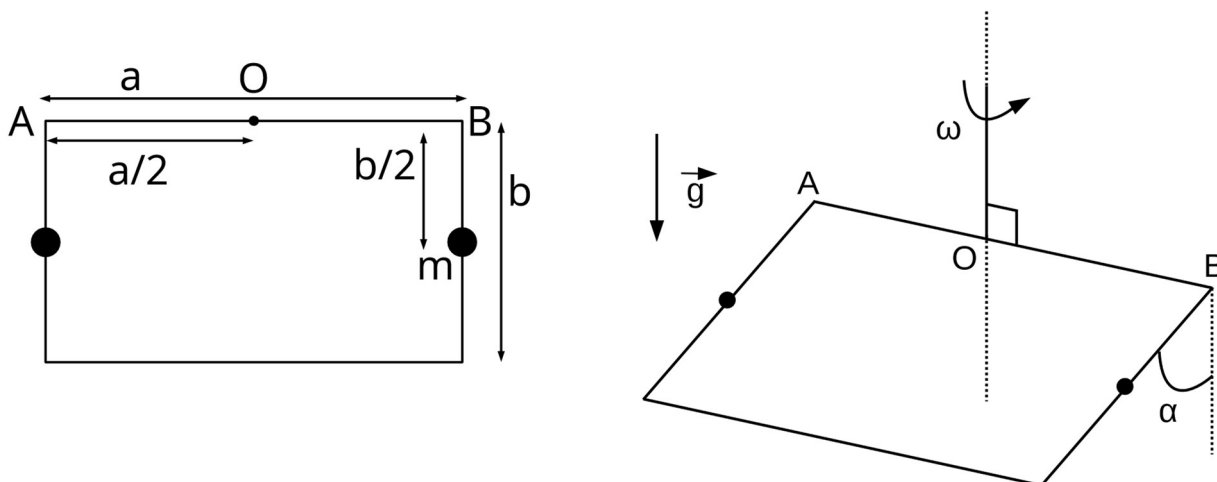
d) Si ahora se tiene $F = \frac{Mg}{2}$:

i) Encuentre para qué valores de f_1 la placa triangular permanece en equilibrio.

ii) Halle las condiciones para que el rígido de la parte a permanezca en equilibrio.

Ejercicio N° 2 (20 pts):

A una placa rectangular homogénea de masa m y lados de largo a y b se le incrustan masas puntuales m en los puntos medios de dos de sus lados de largo b , tal como se muestra en la figura.



a) Calcule el tensor de inercia del rígido resultante respecto al punto O que se muestra en la figura. Especificar de manera clara la base elegida.

SUGERENCIA: el momento de inercia de la placa (sin las masas incrustadas) respecto a un eje paralelo a AB que pasa por su centro es $mb^2/12$.

Ahora el rígido anterior se suelda en su punto O a un eje vertical, que hace que el rígido gire con velocidad angular de módulo constante ω alrededor de dicho eje. El punto O permanece fijo. La soldadura es tal que el plano de la placa forma un ángulo constante α respecto a la vertical. El lado AB de la placa es perpendicular al eje de giro en todo momento.

b) Calcule el momento angular de la placa respecto al punto O.

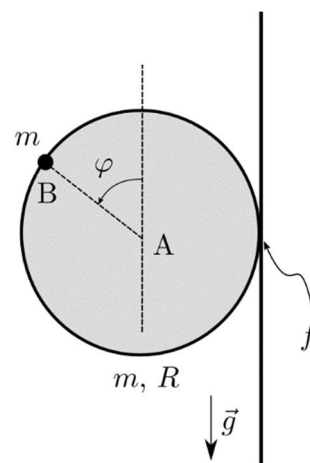
c) Considere ahora el sistema de fuerzas que ejerce la soldadura sobre la placa:

i) Calcule la resultante de este sistema de fuerzas.

ii) Calcule el momento de este sistema de fuerzas respecto al punto O.

Ejercicio N° 3 (20 pts)

Un disco homogéneo de centro A, masa m y radio R se mueve apoyado sobre una pared vertical fija. El contacto entre el disco y la pared es rugoso con coeficiente de rozamiento estático f . En la periferia del disco hay una partícula B incrustada de igual masa m . El ángulo que forma la dirección AB con la vertical es φ (ver figura). Se estudiará el movimiento del rígido compuesto por el disco y la masa puntual, asumiendo que no hay deslizamiento entre el disco y la pared.



a) Halle la aceleración del centro de masa el rígido en función de la coordenada φ y sus derivadas.

b) Halle la ecuación de movimiento del sistema en función de la coordenada φ y sus derivadas.

c) Asumiendo que en $t = 0$ el disco parte desde el reposo con $\varphi(0) = \pi/6$, halle la condición que debe satisfacer f para que el rígido no deslice en un entorno del instante inicial.

SUGERENCIA: $\text{sen}(\pi/6) = 1/2$ y $\text{cos}(\pi/6) = \sqrt{3}/2$