Mecánica Newtoniana
Examen, 21 de diciembre

Ejercicio 1 Una particula de masa **m** se mueve bajo la acción de una fuerza central dirigida a un punto O, que tiene la forma:

$$\vec{F}(r) = -\frac{k_1}{r^2}\widehat{e}_r - \frac{k_2}{r^3}\widehat{e}_r \qquad k_1, k_2 > 0$$

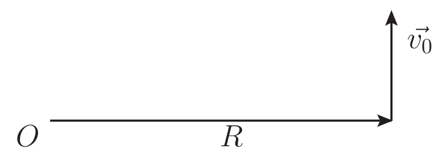
La partícula parte a distancia R del punto O con velocidad $\vec{v}_0$ perpendicular al vector posición inicial.

a. Demuestre que la trayectoria de la particula es plana.

b. Si $v_0^2 > \frac{k_2}{mR^2}$, bosqueje el potencial efectivo.

c. Determine la ecuación polar de la trayectoria de la partícula $r = r(\theta)$.

d. ¿Es posible que la particula describa una órbita circular? En caso afirmativo halle su radio.

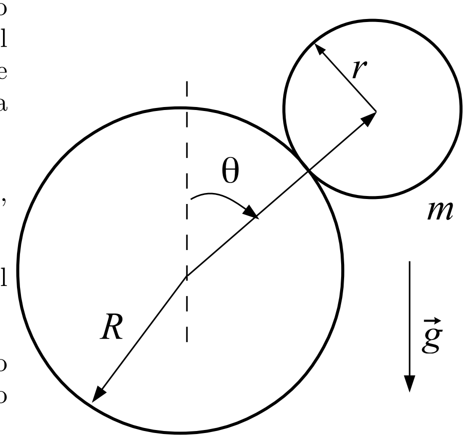


Ejercicio 2 Un disco homogéneo de radio r y masa m se mueve en contacto con otro disco fijo de radio $R = 3r$. El coeficiente de rozamiento estático entre ellos es f_S mientras que el dinámico es despreciable. Inicialmente el disco de radio r se encuentra sobre la parte superior del disco fijo y se le imprime una velocidad muy pequeña a su centro, apenas suficiente para que comience a caer.

a. Halle la ecuación de movimiento del disco mientras ruede sin deslizar, usando la coordenada θ indicada en la figura.

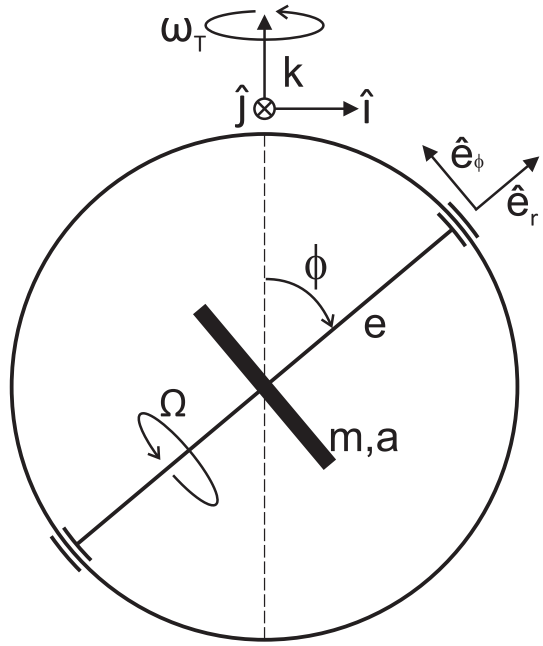
b. Escriba la ecuación algebraica que verifica el ángulo θ_d para el cual el disco comienza a deslizar.

c. Una vez que el disco está deslizando, halle sus ecuaciones del movimiento y calcule el ángulo θ_D en que pierde contacto con la superficie suponiendo conocido el angulo θ_d para el cual el disco comienza a deslizar.



Ejercicio 3 Un disco de masa **m** y radio **a** gira en torno a su eje **e** con velocidad angular Ω constante. Los extremos del eje deslizan sin fricción sobre el aro, de modo que el eje es diámetro de este aro y el disco queda en el centro. El aro gira en torno de un diametro vertical con una velocidad angular ω_T constante.

La base $\hat{i}$,$\hat{j}$,$\hat{k}$ de la figura es solidaria al aro.



a. Escriba la velocidad angular del disco respecto a un sistema inercial y el momento angular referido a su centro de masas.

b. Halle la ecuación diferencial que verifica el ángulo ϕ.

c. Para el caso $\Omega \gg \omega_T$ halle las posiciones de equilibrio relativo del eje **e** respecto al aro.