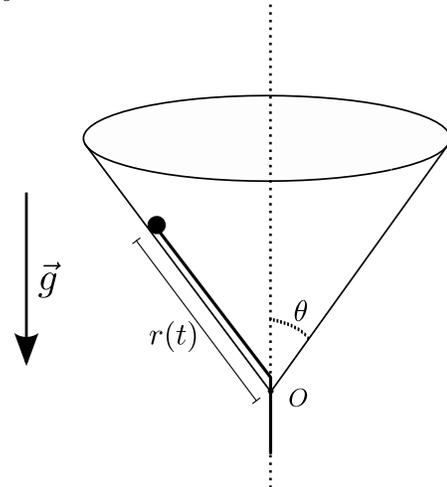


Examen de Mecánica Newtoniana
13 de diciembre de 2016

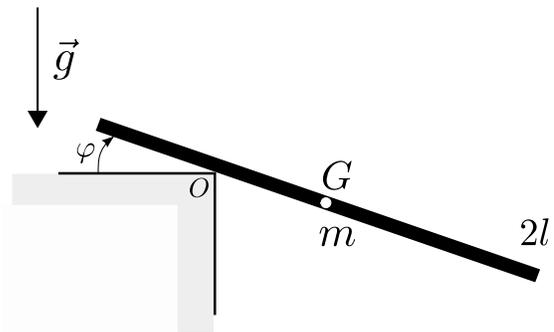
Ejercicio 1 Una partícula de masa m se mueve sin frotamiento apoyada sobre la cara interior de un cono de eje vertical y ángulo de apertura de $\theta = 60^\circ$ (ver figura). La partícula está atada al extremo de un hilo que pasa por un pequeño orificio en el vértice del cono en el punto O . El otro extremo del hilo está sometido a una tensión que varía en el tiempo de modo que la distancia r de la partícula a O es $r(t) = r_o - v_o t$, siendo r_o y v_o constantes positivas. En $t = 0$, la partícula dista $r(0) = r_o$ del vértice y la velocidad angular del plano vertical que contiene al hilo es ω_o .

- Halle la ecuación de movimiento de la partícula, identificando las cantidades conservadas.
- Encuentre la condición que debe cumplir ω_o para que el hilo esté tenso durante el movimiento.
- Halle el trabajo realizado por el hilo sobre la partícula desde $t = 0$ hasta $t = \frac{2r_o}{3v_o}$.



Ejercicio 2 Sobre el borde de una mesa horizontal fija se apoya una barra homogénea de longitud $2l$, masa m , y espesor despreciable. La barra sólo puede moverse en un plano vertical. El coeficiente de rozamiento estático entre la barra y la mesa es $f_e = 1$, mientras que el dinámico es $f_d = 4/5$. Inicialmente la barra está en reposo y en posición horizontal ($\varphi(0) = 0$), de manera que un cuarto de su longitud está en contacto con la mesa.

- Encuentre la ecuación de movimiento para la barra mientras ésta no desliza.
- Determine el valor del ángulo φ_d para el cual la barra comienza a deslizar.
- Halle las reacciones ejercidas por la mesa sobre la barra y la aceleración de su centro de masa en el instante que comienza a deslizar.

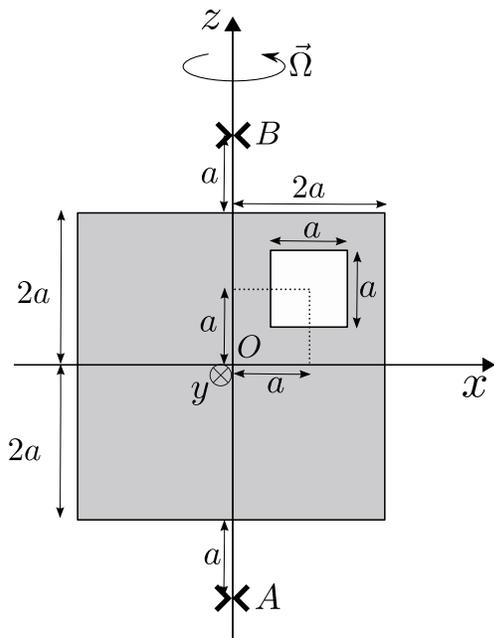


Ejercicio 3 Se tiene una placa cuadrada de lado $L = 4a$. Considere además el sistema de ejes ortogonales solidarios a la placa x, y, z (ver figura). La placa tiene un hueco cuadrado de lado a centrado en $x = z = a, y = 0$. La placa ahuecada es de densidad de masa uniforme, y su masa total es m . No actúa el peso.

- a. Calcule el tensor de inercia del sistema rígido formado por la placa con el hueco con respecto a al centro O de la placa utilizando las direcciones x, y, z .

La placa se mueve girando con velocidad angular constante Ω en torno a un eje de masa despreciable que coincide con el eje z . Los apoyos del eje, A y B (puntuales y lisos), se encuentran en $z = -3a$ y $z = 3a$ respectivamente.

- b. Halle las reacciones en los apoyos A y B .
- c. Se desea realizar un segundo hueco cuadrado de lado a en la placa. ¿En qué posición de la placa debe centrarse dicho hueco para que las reacciones en los apoyos sean nulas?



NOTA: Para una placa cuadrada homogénea de masa M y lado L , el tensor de inercia con respecto a su centro en una base solidaria x, y, z está dado por:

$$I_{O,x,y,z} = \begin{bmatrix} \frac{ML^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{ML^2}{6} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{ML^2}{12} \end{bmatrix}$$