Mecánica Newtoniana
Examen, 1 de agosto 2015

Ejercicio 1 Una partícula puntual de masa m se mueve sobre la superficie lisa de un cono trunco de radio inferior R_1 y radio superior R_2 ($R_2 = 3R_1$). Inicialmente la partícula está a una distancia $R = 2R_1$ del eje del cono y tiene una velocidad de módulo v_0 según la dirección de $\hat{e_\varphi}$.

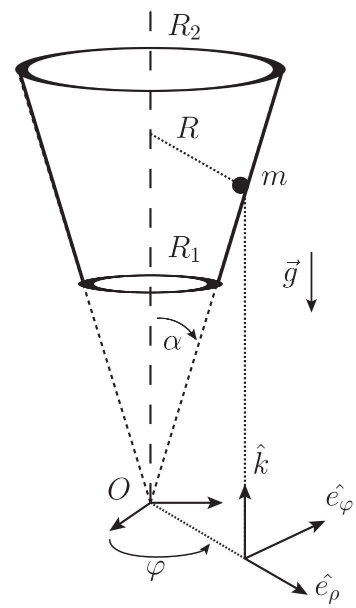
a. Demuestre que la componente vertical de la cantidad de movimiento angular de la partícula respecto al punto O se conserva.

b. Encuentre la ecuación de movimiento para la distancia al eje del cono.

c. Observando que se puede definir un potencial efectivo para este sistema utilícelo para demostrar que la partícula siempre tendrá un movimiento acotado.

d. ¿Cuál debe ser el valor de v_0 para que la partícula describa un movimiento circular de radio R?

e. ¿Cuál debe ser el rango de valores de v_0 que permite que la partícula se mantenga dentro del cono?

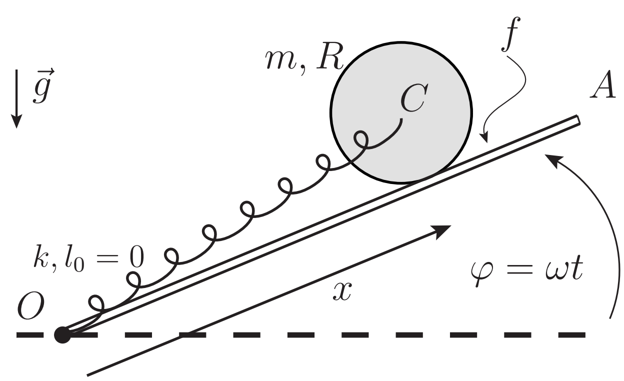


Ejercicio 2 Un disco de masa m y radio R contenido en un plano vertical rueda sin deslizar sobre la barra OA. El contacto entre el disco y la barra es rugoso, de coeficiente de rozamiento f. La barra se encuentra articulada en el punto O y gira con velocidad angular ω constante. Un resorte de constante $k = m\omega^2$ y longitud natural nula une el centro C del disco con el punto O.
Sea x la distancia entre el punto O y el punto de contacto entre el disco y la barra. En el instante inicial $x(0) = 0$ y $\dot{x}(0) = \frac{2g}{3\omega}$

a. Hallar la ecuación de movimiento del disco

b. Hallar la ley horaria $x(t)$

c. Acá hay 2 opciones:1) Hallar el ángulo φ (o el tiempo) para el cual el disco comienza a deslizar (en función de f). 2) Hallar el mínimo valor de f para que el disco no deslice antes que $\varphi = \pi/4$

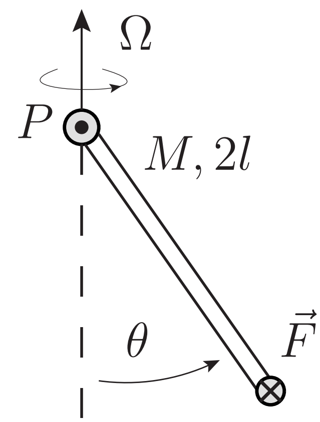


Ejercicio 3 Una barra de longitud $2l$ y masa M está articulada sin rozamiento en un extremo P y gira alrededor de un eje vertical, sin rozamiento, con velocidad angular Ω constante. En el extremo inferior de la barra simpre actúa una fuerza F, perpendicular al plano definido por la barra y el eje de rotación, como muestra la figura. La fureza F es variable, y es la responsable de matener la velocidad angular Ω constante.

a. Determine la ecuación de movimiento para el ángulo θ que forma la barra con la dirección vertical.

b. Determinar el ángulo θ_{eq} de equilibrio relativo, y estudie su estabilidad.

c. Halle el módulo de la fuerza F en función de M, l, Ω, θ y $\dot{\theta}$.



Identidades trigonométricas útiles:

$$cos(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{1 + tan^2(\alpha)}}, \quad sin(\alpha) = \frac{tan(\alpha)}{\sqrt{1 + tan^2(\alpha)}}, \quad sin(2\alpha) = 2sin(\alpha)cos(\alpha)$$