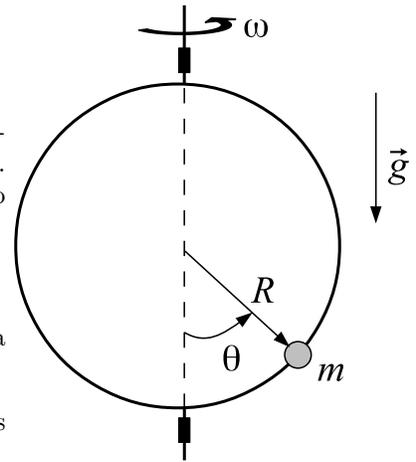


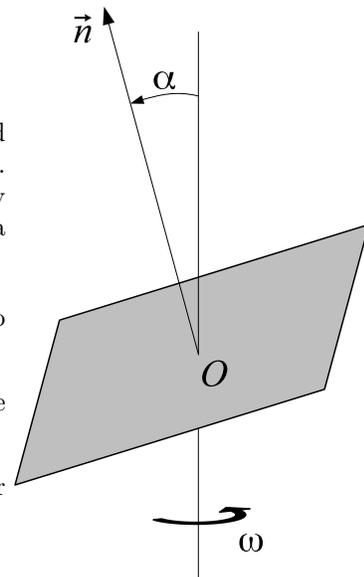
Mecánica Newtoniana
Examen, 1º de Agosto

Ejercicio 1 Una guía circular lisa de radio R gira con velocidad angular ω constante respecto a un eje que coincide con su diámetro vertical. Una partícula de masa m está obligada a moverse sobre la guía (vínculo bilateral). Hay gravedad.



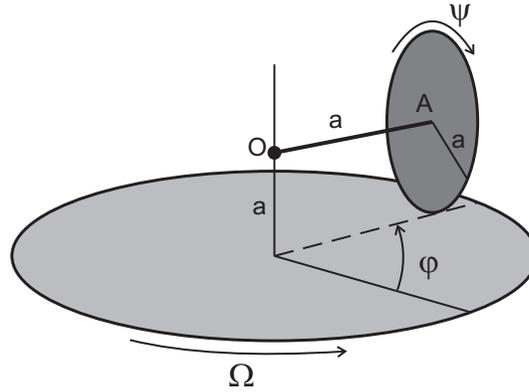
- Halle la ecuación del movimiento de la partícula.
- Muestre que la ecuación del movimiento se puede escribir de la forma $mR^2\ddot{\theta} + \frac{dU_{ef}}{d\theta} = 0$ y halle U_{ef}
- Halle las posiciones de equilibrio y su estabilidad, discutiendo según los parámetros del sistema

Ejercicio 2 Una placa cuadrada de lado a y masa m gira con velocidad angular constante $\vec{\omega}$ alrededor de un eje que pasa por su centro O fijo. Este eje está inclinado un ángulo α con respecto a la normal \vec{n} al plano y supondremos por simplicidad que el plano que definen $\vec{\omega}$ y \vec{n} es paralelo a uno de los lados de la placa.



- Calcule los momentos de inercia principales para la placa con respecto al punto O .
- Halle el momento angular de la placa con respecto a O y el ángulo que forma el mismo con respecto a $\vec{\omega}$.
- Encuentre el momento reactivo con respecto a O necesario para mantener el movimiento de la placa.
- ¿Se conserva la energía del sistema? Justifique.

Ejercicio 3 Se considera un cuerpo rígido formado por un disco homogéneo de masa m , centro \mathbf{A} y radio a , y una varilla \mathbf{OA} de masa despreciable, largo a y perpendicular al disco. La varilla \mathbf{OA} está unida en \mathbf{O} a una recta vertical por medio de una articulación esférica lisa, situada a una altura a de un plano horizontal que gira respecto a un sistema inercial con velocidad angular constante Ω , alrededor de la vertical que pasa por \mathbf{O} . Inicialmente el disco está en reposo, apoyado sobre el plano. El contacto entre el disco y el plano es rugoso, con coeficiente de rozamiento dinámico f . Sea φ el ángulo que forma \mathbf{OA} con una horizontal fija al sistema inercial y ψ el ángulo de giro del disco alrededor de \mathbf{OA} (ver figura).



- Halle una expresión para el momento angular del disco respecto del punto \mathbf{O} .
- Muestre que $d\varphi/dt$ y $d\psi/dt$ son proporcionales entre sí y halle una ecuación diferencial para la función $\varphi(t)$, válida mientras el disco desliza sobre el plano.
- Suponiendo que el disco siempre desliza sobre el plano, encuentre una expresión para la función $u(\varphi) = (d\varphi/dt)^2$
- Halle la condición que debe cumplir Ω para que siempre haya deslizamiento.