

**Mecánica Newtoniana****Segundo parcial, 9 de julio de 2011**

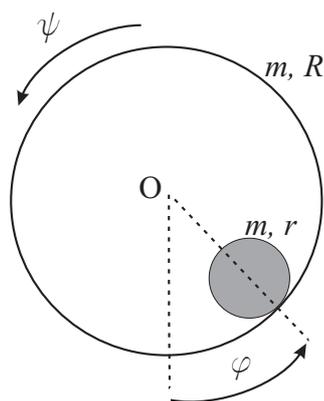
*Problema 1* - Un tubo cilíndrico de radio  $R$  y masa  $m$  puede girar libremente (un ángulo  $\psi$ ) en torno a su eje horizontal fijo (O en la figura). Un cilindro homogéneo de radio  $r$  ( $r < R$ ) e igual masa  $m$  es colocado apoyado en el interior del tubo. En un instante inicial  $t_o$  se suelta al cilindro desde la posición  $\varphi(t_o) = \varphi_o$  estando el sistema en reposo. El contacto entre las superficies es rugoso con coeficiente de rozamiento estático  $\mu$ .

(a) Encuentre la ecuación de movimiento para el cilindro, asumiendo que rueda sin deslizar dentro del tubo.

(b) Observando que el movimiento del cilindro es periódico, encuentre una expresión integral para el período del movimiento.

(c) Calcule el mínimo valor del coeficiente  $\mu$  para el cual el cilindro rueda sin deslizar para todo instante, considerando que  $\varphi_o = 45^\circ$ .

(d) Se busca imponer la velocidad angular del tubo de modo que el cilindro se mantenga rodando sin deslizar dentro del tubo y en una posición  $\varphi_o$  fija. Determine cuál debe ser la aceleración angular del tubo que asegura el movimiento descrito, si al cilindro se lo suelta desde el reposo. ¿Cuál es el máximo valor que puede tomar ahora el ángulo  $\varphi_o$ ?



*Problema 2* - Sea una barra uniforme de masa  $m$  y largo  $2L$  que se encuentra unida en  $O$  a un eje vertical mediante una articulación cilíndrica lisa horizontal. El eje gira con velocidad angular  $\vec{\omega} = \omega \hat{k}$  constante gracias a la acción de un motor externo. La barra está a su vez unida a un resorte de constante  $k$  y longitud natural nula en un punto  $P$  ( $|OP| = L$ ). El otro extremo del resorte desliza sobre el eje de modo que el resorte permanece siempre horizontal. El centro de masa  $G$  de la barra está a una distancia  $r$  (constante) de  $O$ . Sobre el sistema actúa el peso. Sea  $\alpha$  el ángulo entre la barra y un plano horizontal.

- (a) Hallar la aceleración del centro de masa  $\vec{a}_G$ , en función de  $\alpha$  y sus derivadas.
- (b) Hallar la ecuación de movimiento de la barra.
- (c) Calcular la fuerza y el momento de fuerzas ejercido por la articulación cilíndrica sobre la barra en función de  $\alpha$  y sus derivadas.
- (d) Calcular la potencia entregada por el motor a la barra.
- (e) Encontrar las posiciones de equilibrio relativo de la barra.

