Sea C la curva de centro $(1,2)$ y radio 1. O sea $x=1+\cos t$, $y=2+\sin t$

$$\int_C X ds = \int_C W dy + \int_C \frac{(2-y, x-1)}{(x-1)^2+(y-2)^2} ds$$

desarrollando cada uno queda

$$\int_C X ds = 4\int_C x^2 dy + \int_C (2-y)dx + (x-1)dy$$

o sea

$$\begin{aligned}
(1) \qquad \int_C X ds &= 4\int_0^{2\pi} (1+\cos t)^2 \cos t dt + \int_0^{2\pi} \sin^2 t + \cos^2 t dt \\
(2) \qquad &= 4\int_0^{2\pi} (1+2\cos t + \cos^2 t)\cos t dt + 2\pi \\
(3) \qquad &= 4\int_0^{2\pi} (\cos t + 2\cos^2 t + \cos^3 t) dt + 2\pi
\end{aligned}$$

Ahora $\int_0^{2\pi} \cos t dt = 0$, calculemos las otras 2:

$$\begin{aligned}
(4) \qquad \int_0^{2\pi} \cos^2 t dt &= \int_0^{2\pi} \cos t d \sin t = \cos t \sin t|_0^{2\pi} + \int_0^{2\pi} \sin^2 t dt \\
(5) \qquad &= \int_0^{2\pi} (1-\cos^2 t) dt = 2\pi - \int_0^{2\pi} \cos^2 t dt
\end{aligned}$$

por lo tanto

$$(6) \qquad \int_0^{2\pi} \cos^2 t dt = \pi$$

por otro lado:

$$\begin{aligned}
(7) \qquad \int_0^{2\pi} \cos^3 t dt &= \int_0^{2\pi} (1-\sin^2 t)\cos t dt \\
(8) \qquad &= \int_0^{2\pi} \cos t dt - \frac{1}{3}\sin^3 t|_0^{2\pi} = 0
\end{aligned}$$

reemplazando en (3), obtenemos

$$(9) \qquad \int_C X ds = 8\pi + 2\pi = 10\pi$$

La que da cero es fácil, así que vamos a la última elipse, la llamamos E y la parametrizamos como $x = 1+\cos t$, $y = 2+4\sin t$. Entonces, aplicando la parte a), nos queda que

$$\begin{aligned}
(10) \qquad \int_E X ds &= 4\int_E x^2 dy + \int_C \frac{(2-y, x-1)}{(x-1)^2+(y-2)^2} ds \\
(11) \qquad &= 4\int +0^{2\pi} (1+\cos t)^2 d(2+4\sin t) + 2\pi \\
(12) \qquad &= 16\int_0^{2\pi} (1+2\cos t+\cos^2 t)\cos t dt + 2\pi
\end{aligned}$$

aplicamos en (12) los resultados (8) y (6), y obtenemos:

$$(13) \qquad \int_E X ds = 32\pi + 2\pi$$