

Facultad de Ingeniería.

IMERL.

Cálculo 3.

curso 2015

Ejercicio 5, Semana 2, Práctico 2: Consulta: cómo se parametriza la curva intersección entre la esfera unidad $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ y el plano $x + y + z = 0$.

Observar que el plano $x + y + z = 0$ pasa por el origen, por lo que la curva intersección será una circunferencia centrada en el origen con radio 1 contenida en el plano $x + y + z = 0$. Cómo encontramos la parametrización de esa circunferencia:

Una solución posible: encontrar una base ortonormal X, Y de vectores del plano $x + y + z = 0$ y trazar la circunferencia dentro de ese plano como

$$\alpha(t) = \cos tX + \sin tY$$

Cómo se hace: vector normal al plano: $Z = (1, 1, 1)$, busco un vector cualquiera perpendicular a ese: $X_0 = (1, 0, -1)$, busco otro que sea perpendicular a los 2 simultáneamente:

$$Y_0 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = (-1, 2, 1)$$

Normalizo: $X = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, -1)$, $Y = \frac{1}{\sqrt{6}}(-1, 2, -1)$.

Ecuación de la circunferencia intersección:

$$\alpha(t) = \frac{\cos t}{\sqrt{2}}(1, 0, -1) + \frac{\sin t}{\sqrt{6}}(-1, 2, -1)$$

Chequear que da una circunferencia.