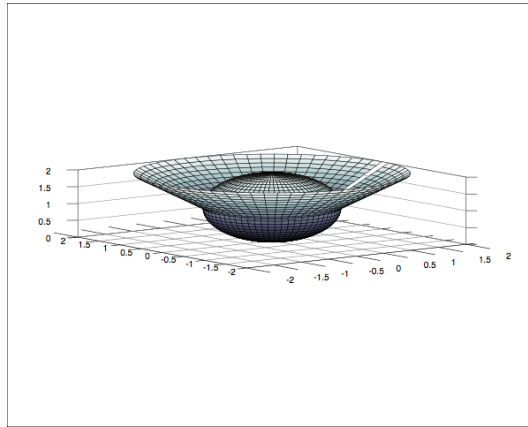


La esfera se puede reescribir como $x^2 + y^2 + (z - R)^2 = R^2$, es decir, es una esfera con centro $(0, 0, R)$ y radio R . Reemplazando $x^2 + y^2 = z^2$ en la ecuación anterior, se ve que ambas superficies se cortan en $z = 0$ (un punto) y $z = R$ (un círculo de radio R , el ecuador de la esfera).

El trozo de cono que está dentro de la esfera son los (x, y, z) tales que $x^2 + y^2 = z^2$ y $x^2 + y^2 + (z - R)^2 \leq R^2$, es decir (después de un par de cuentas), los (x, y, z) del cono tales que $0 \leq z \leq R$. El área de ese pedazo de cono lo calculamos en clase, da $\text{área}(\text{cono}) = \sqrt{2}\pi R^2$.

El trozo de esfera que está dentro del cono es el casquete superior de la esfera, se calcula tomando los (x, y, z) tales que $x^2 + y^2 + (z - R)^2 = R^2$ y $x^2 + y^2 \leq z^2$. Reemplazando, se obtiene que son los (x, y, z) de la esfera tales que $z \geq R$, o sea los del ecuador para arriba. El área de eso es igual a la mitad del área de la esfera, que también calculamos en clase, es decir, $\text{área}(\text{media esfera}) = 2\pi R^2$.



Teniendo en cuenta lo que hicimos en clase, no haría falta parametrización, pero en caso de hacer falta, la de la esfera es:

$$\Phi(\theta, \phi) = (R \cos \theta \sin \phi, R \sin \theta \sin \phi, R + R \cos \phi)$$

con $\theta \in [0, 2\pi]$ y $\phi \in [0, \pi]$. La parametrización del cono también la vimos en clase y es

$$\phi(\theta, z) = (z \cos \theta, z \sin \theta, z)$$

con $\theta \in [0, 2\pi]$ y $z \in [0, R]$.