

Facultad de Ingeniería.

IMERL.

Cálculo 3.

curso 2015

Ejercicio 5, Semana 2, Práctico 2: Consulta: cómo se parametriza la curva intersección entre la esfera unidad  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  y el plano  $x + y + z = 0$ .

Observar que el plano  $x + y + z = 0$  pasa por el origen, por lo que la curva intersección será una circunferencia centrada en el origen con radio 1 contenida en el plano  $x + y + z = 0$ . Cómo encontramos la parametrización de esa circunferencia:

Una solución posible: encontrar una base ortonormal  $X, Y$  de vectores del plano  $x + y + z = 0$  y trazar la circunferencia dentro de ese plano como

$$\alpha(t) = \cos tX + \sin tY$$

Cómo se hace: vector normal al plano:  $Z = (1, 1, 1)$ , busco un vector cualquiera perpendicular a ese:  $X_0 = (1, 0, -1)$ , busco otro que sea perpendicular a los 2 simultáneamente:

$$Y_0 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = (-1, 2, 1)$$

Normalizo:  $X = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, -1)$ ,  $Y = \frac{1}{\sqrt{6}}(-1, 2, -1)$ .

Ecuación de la circunferencia intersección:

$$\alpha(t) = \frac{\cos t}{\sqrt{2}}(1, 0, -1) + \frac{\sin t}{\sqrt{6}}(-1, 2, -1)$$

Chequear que da una circunferencia.