LA ELECCIÓN DE UN BUEN SISTEMA DE COORDENADAS.

En álgebra lineal uno de los principales problemas consiste en elegir un sistema de referencia[1] para el cual una transformación lineal queda expresada de forma más simple que en el sistema dado originalmente. La diagonalización intenta resolver este tipo de problemas.
En general cuando uno tiene que afrontar ciertos problemas (físicos, ingenieriles, etc) un punto crucial consiste en optar por un sistema de referencia que simplifique el problema.

Actividad 0.1. Supongamos que en el espacio se tiene una esfera de radio 1 que se corta con un plano que pasa por el centro de la esfera. Llamemos S a la circunferencia que se obtiene a partir de su intersección.

- Queremos modelar matematicamente estos objetos geométricos, elige un sistema de coordenadas conveniente con el objetivo de que S quede expresada de forma sencilla.
- Supongamos que las coordenadas que uno elege hacen que la esfera quede con centro en el origen de coordenadas y el plano tiene ecuación $z = 0$. Encuentra una parametrización de S.
- Supongamos que le erramos en la elección del sistema de coordenadas y en este sistema nos queda la esfera con centro en el origen y el plano nos queda de ecuación $x + y + z = 0$. Determina ahora una parametrización de S.
  Como nos quedó difícil una parametrización de S con este sistema de coordenadas intentaremos cambiarlo astutamente:
  (1) Considera un cambio de coordenadas donde los vectores tengan norma 1 y además dos de ellos generen el plano.
  (2) Determina condiciones adicionales que estos vectores deben cumplir para que la parametrización tenga norma 1.

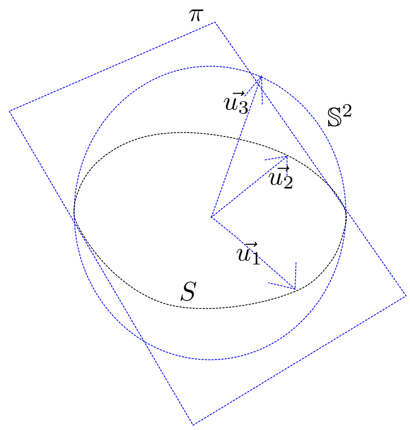
  Analiza ahora estas nuevas situaciones donde los sistemas de coordenadas hacen que las ecuaciones de S nos queden:
-
$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4\} \cap \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 0\}.$$
-
$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 1\} \cap \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 3\}$$

  Cambia adecuadamente el sistema de coordenadas para simplificar las parametrizaciones.

Actividad 0.2 (La rosa polar)**.** Considera la siguiente figura:
En coordenadas polares dicha curva tiene una parametrización sencilla: $\rho = \cos(3\theta)$ con $\theta \in [0, 2\pi)$.

- Encuentra una parametrización de la curva en coordenadas cartesianas.
- Encuentra una parametrización en coordenadas polares y cartesianas de la siguiente curva:

[1] Un sistema de referencia o marco de referencia es un conjunto de convenciones usadas por un observador para poder medir la posición y otras magnitudes físicas de un sistema físico y de mecánica. Las trayectorias medidas y el valor numérico de muchas magnitudes son relativas al sistema de referencia que se considere, por esa razón, se dice que el movimiento es relativo. Sin embargo, aunque los valores numéricos de las magnitudes pueden diferir de un sistema a otro, siempre están relacionados por relaciones matemáticas tales que permiten a un observador predecir los valores obtenidos por otro observador.(Wikipedia).



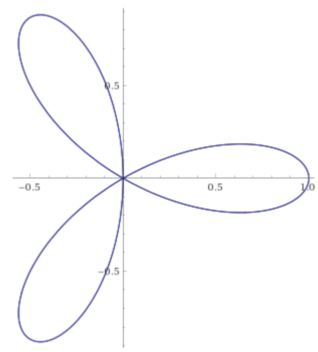


FIGURE 1. Rosa polar de 3 pétalos

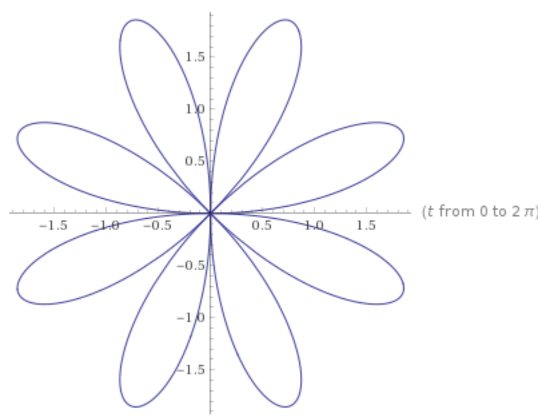


FIGURE 2. Rosa polar de 8 pétalos

Actividad 0.3. Considera la curva de la siguiente figura

- Encuentra una parametrización en coordenadas polares y cartesianas.
- Grafica la curva en coordenadas polares.
- Analiza que sucede si se cambian las constantes que aparecen en juego.

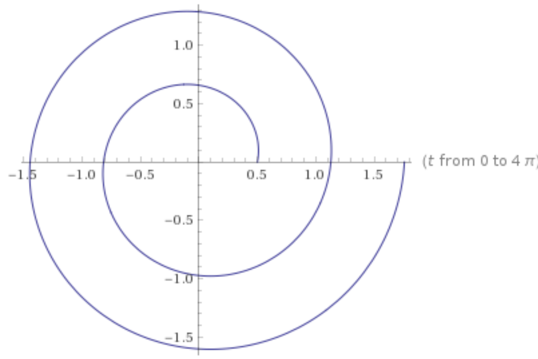


FIGURE 3. Espiral de descartes