

Examen (Parte A) de Lógica

04 de Agosto de 2021

Indicaciones generales

- La duración del examen es de **una hora y media**.
- En esta prueba **no** se permite consultar material alguno.
- Puntaje: **50** puntos.
- **Toda respuesta debe estar fundamentada.** Pueden usarse los resultados que aparecen en el texto del curso, en esos casos debe describirse con precisión el enunciado que se utiliza.
- Incluir en la primera hoja de las soluciones una foto de la CI

Ejercicio 1(25 puntos)

Considere el conjunto $L \subset PROP$ con las siguientes características

- las letras proposicionales aparecen ellas y su negación
- Los únicos conectivos que aparecen son $\{\wedge, \vee, \neg\}$
- las negaciones aparecen solo sobre las letras proposicionales

A modo de ejemplo, estos elementos pertenecen a L :

- p_1
- $(\neg p_2)$
- $(p_0 \wedge (\neg p_3))$
- $(p_0 \vee (\neg p_3))$

A modo de ejemplo, estos elementos **no** pertenecen a L :

- $(\neg(p_0 \vee p_1))$.
- $(\neg(\neg p_2))$

- Defina el conjunto L de forma inductiva.
- Defina la función $F : L \rightarrow L$ que transforma toda letra proposicional en su negación y toda negación de una letra proposicional en la letra proposicional, también transforma todo conectivo \wedge en \vee . Y el conectivo \vee permanece sin modificar.

Ejemplo: $F(((p_0 \wedge (\neg p_3)) \vee p_1)) = (((\neg p_0) \vee p_3) \vee (\neg p_1))$

- Demuestre la siguiente afirmación: para todo elemento $\alpha \in L$, $(\models (F(\alpha) \vee \alpha))$

Ejercicio 2 (25 puntos)

Se considera el tipo de similaridad $\langle 1, 1; 1; 1 \rangle$. Con los símbolos de predicado P y Q , el símbolo de función f y la constante c .

Consideramos $\Gamma \subseteq \text{FORM}$. Llamaremos $\text{Mod}_{\mathbb{N}}(\Gamma)$ al conjunto de todas las estructuras \mathcal{M} del tipo adecuado. tales que

- $\mathcal{M} \models \Gamma$
- $\mathcal{M} = \langle \mathbb{N}, \{2, 3\}, B, s, 0 \rangle$ donde:
 - \mathbb{N} es el conjunto de los números naturales.
 - s es la función *sucesor*: $s : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tal que $s(n) = n + 1$.

Observar que dos estructuras distintas de $\text{Mod}_{\mathbb{N}}(\Gamma)$ van a diferir únicamente en el conjunto B que interpreta al símbolo de predicado Q .

Sea $\varphi = (\forall x)(\neg P(x) \rightarrow Q(x))$.

- a. Hallar k , cantidad de estructuras del conjunto $\text{Mod}_{\mathbb{N}}(\{\varphi\})$. Justifique su respuesta.
- b. Determinar si existe $\alpha \in \text{FORM}$ tal que la cantidad de elementos de $\text{Mod}_{\mathbb{N}}(\{\varphi, \alpha\})$ es 2. Justifique su respuesta.
- c. Determine la cantidad de elementos que tiene el conjunto

$$\text{Mod}_{\mathbb{N}}(\{\varphi, (\forall z)((Q(f(c)) \vee Q(z)) \rightarrow Q(f(z)))\})$$

Justifique su respuesta.