

## Ejercicio 3 - Solución

Nicolás Gammarano

a)

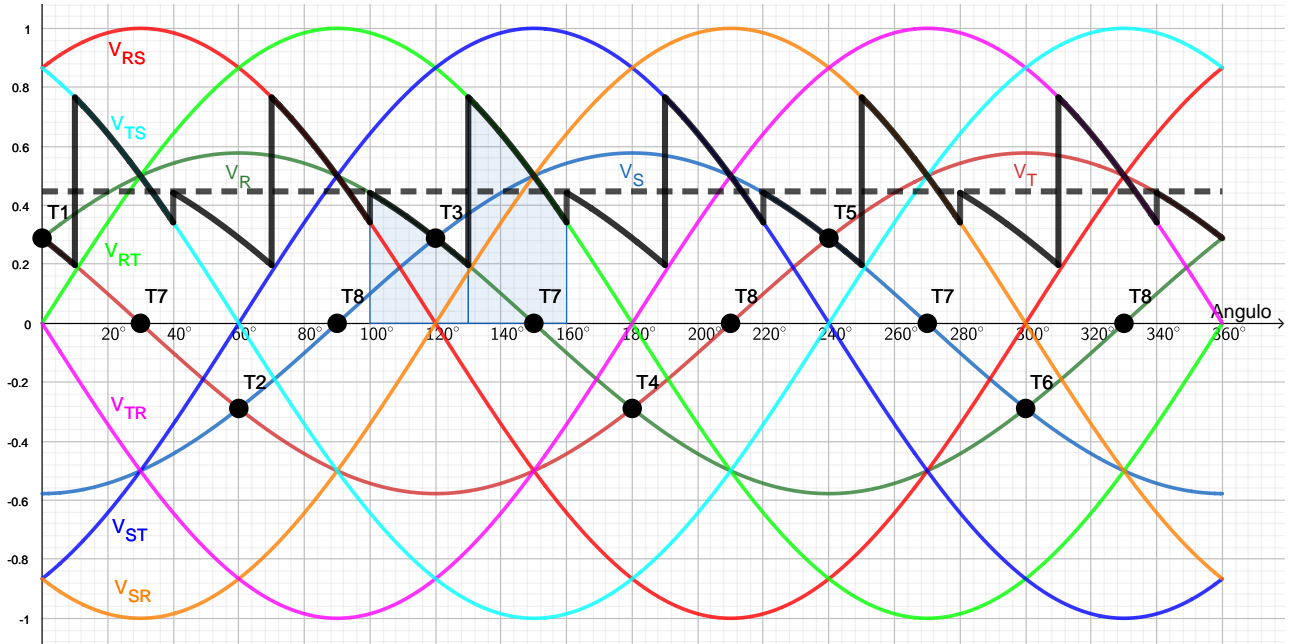


Figura 1: Tensiones de fase, tensiones de línea normalizadas a  $\sqrt{2}U = 1$  y tensión de salida para  $\alpha = 70^\circ$  y  $\delta = 10^\circ$ . También se muestran los instantes de conmutación natural de todos los tiristores.

$$\langle V_o \rangle = \frac{1}{2\pi} 6 \left( \int_{130^\circ}^{160^\circ} \left( \frac{\sqrt{2}U}{\sqrt{3}} \sin(\theta) \right) d\theta + \int_{130^\circ}^{160^\circ} \left( \sqrt{2}U \sin(\theta) \right) d\theta \right) = \frac{3}{\pi} \sqrt{2}U \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + 1 \right) \int_{130^\circ}^{160^\circ} \sin(\theta) d\theta$$

$$\langle V_o \rangle = \frac{3}{\pi} \sqrt{2}U \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + 1 \right) (\cos(130^\circ) - \cos(160^\circ))$$

Para  $U = 220 \text{ V}$ ,  $\alpha = 70^\circ$  y  $\delta = 10^\circ$ , se tiene que  $\langle V_o \rangle = 139.14 \text{ V}$ .

Caso 1.

- Para  $0 < \alpha < \frac{\pi}{6}$ , se tiene que la tensión  $U_A$  es siempre positiva por lo que el tiristor  $T_7$  nunca conduce (no tiene instante de conmutación natural, ya que su tensión A-K (ánodo-cátodo) es siempre negativa). Análogamente, la tensión  $U_B$  es siempre negativa por lo que el tiristor  $T_8$  nunca conduce. Si se intentara disparar dichos tiristores, no encenderían debido a que siempre están en bloqueo inverso.
- Para  $\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{6} + \delta$ , se tiene algo similar. En este caso, a pesar de existir el instante de conmutación natural de los tiristores  $T_7$  y  $T_8$ , cuando se los intenta disparar, sus respectivas tensiones A-K (ánodo-cátodo) son negativas y entonces el disparo falla.

En este caso los tiristores  $T_7$  y  $T_8$  nunca conducen, y se tiene entonces

$$\langle V_o \rangle = \frac{3}{\pi} \sqrt{2}U \cos(\alpha)$$

Caso 2.

Para  $\frac{5\pi}{6} < \alpha < \pi$ , lo que ocurre es que si no se dispararan  $T_7$  ni  $T_8$ ,  $U_A$  sería siempre negativa y  $U_B$  siempre

positiva. Al disparar T7 o T8, van a comenzar a conducir ya que sus respectivas tensiones A-K (ánodo-cátodo) son positivas (en el caso de T7,  $U_{AK7} = -U_A > 0 \quad \forall t$  y en el caso de T8,  $U_{AK8} = U_B > 0 \quad \forall t$ ). Sin embargo, el problema aquí es que al disparar el tiristor T7, el mismo comienza a conducir y la tensión  $U_A$  pasa a ser nula. Entonces al intentar disparar cualquiera de los tiristores de arriba (ya sea T1, T3 o T5), el disparo va a fallar y el tiristor T7 quedará conduciendo por siempre. Lo mismo ocurre al disparar el tiristor T8: la tensión  $U_B$  pasa a ser nula y el disparo de los tiristores de abajo (T2, T4 y T6) fallará.

En este caso los tiristores T7 y T8 conducen siempre, y se tiene entonces

$$\langle V_o \rangle = 0$$

Caso 3.

Para  $\frac{\pi}{6} + \delta < \alpha < \frac{5\pi}{6}$ , se tiene

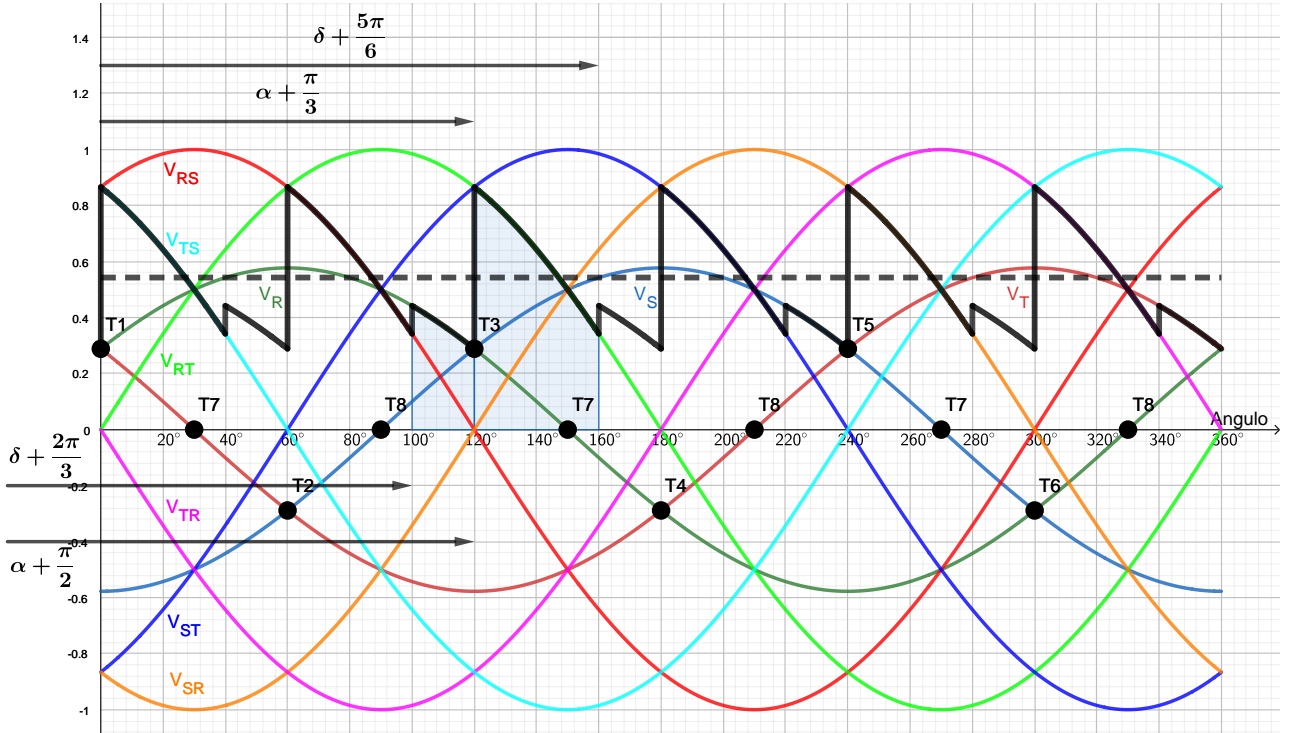


Figura 2: Tensiones de fase, tensiones de línea normalizadas a  $\sqrt{2}U = 1$  y tensión de salida para  $\frac{\pi}{6} + \delta < \alpha < \frac{5\pi}{6}$ .

$$\begin{aligned} \langle V_o \rangle &= \frac{1}{2\pi} 6 \left( \int_{\alpha + \frac{\pi}{3}}^{\delta + \frac{5\pi}{6}} (\sqrt{2}U \sin(\theta)) d\theta + \int_{\delta + \frac{2\pi}{3}}^{\alpha + \frac{\pi}{2}} \left( \sqrt{2} \frac{U}{\sqrt{3}} \sin(\theta) \right) d\theta \right) \\ \langle V_o \rangle &= \frac{3}{\pi} \sqrt{2}U \left( \int_{\alpha + \frac{\pi}{3}}^{\delta + \frac{5\pi}{6}} \sin(\theta) d\theta + \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{\delta + \frac{2\pi}{3}}^{\alpha + \frac{\pi}{2}} \sin(\theta) d\theta \right) = \frac{3}{\pi} \sqrt{2}U \left( \cos(\theta) \Big|_{\delta + \frac{5\pi}{6}}^{\alpha + \frac{\pi}{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos(\theta) \Big|_{\alpha + \frac{\pi}{2}}^{\delta + \frac{2\pi}{3}} \right) \\ \langle V_o \rangle &= \frac{3}{\pi} \sqrt{2}U \left( \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\delta + \frac{5\pi}{6}\right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos\left(\delta + \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{1}{\sqrt{3}} \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \right) \end{aligned}$$

Utilizando la propiedad trigonométrica  $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$ , se tiene

$$\begin{aligned} \langle V_o \rangle &= \frac{3}{\pi} \sqrt{2}U \left( \frac{1}{2} \cos(\alpha) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\alpha) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\delta) + \frac{1}{2} \sin(\delta) - \frac{1}{2\sqrt{3}} \cos(\delta) - \frac{1}{2} \sin(\delta) + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin(\alpha) \right) \\ \langle V_o \rangle &= \frac{3}{\pi} \sqrt{2}U \left( \frac{1}{2} \cos(\alpha) + \left( \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \sin(\alpha) + \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{3}} \right) \cos(\delta) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right) \sin(\delta) \right) \\ \langle V_o \rangle &= \frac{3}{\pi} \sqrt{2}U \left( \frac{1}{2} \cos(\alpha) - \frac{1}{2\sqrt{3}} \sin(\alpha) + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos(\delta) \right) \end{aligned}$$

Se puede observar que en el caso que no se disparen los tiristores T7 y T8 corresponde al caso  $\delta = \alpha - \frac{\pi}{6}$ , y se tiene

$$\langle V_o \rangle = \frac{3}{\pi} \sqrt{2} U \left( \frac{1}{2} \cos(\alpha) - \frac{1}{2\sqrt{3}} \sin(\alpha) + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) \right)$$

$$\langle V_o \rangle = \frac{3}{\pi} \sqrt{2} U \left( \frac{1}{2} \cos(\alpha) - \frac{1}{2\sqrt{3}} \sin(\alpha) + \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \cos(\alpha) + \frac{1}{2} \sin(\alpha) \right) \right) = \frac{3}{\pi} \sqrt{2} U \cos(\alpha),$$

que es consistente con el resultado que ya conocemos.

Otra manera de hallar  $\langle V_o \rangle$  en este caso es a partir de las tensiones en  $U_A$  y  $U_B$ .

$$\langle V_o \rangle = \langle U_A - U_B \rangle = \langle U_A \rangle - \langle U_B \rangle$$

Como  $U_B$  es igual a  $U_A$  pero desfasada  $60^\circ$  y con signo opuesto (es decir,  $U_B(\theta) = -U_A(\theta - \frac{\pi}{3})$ ), entonces  $\langle U_B \rangle = -\langle U_A \rangle$ .

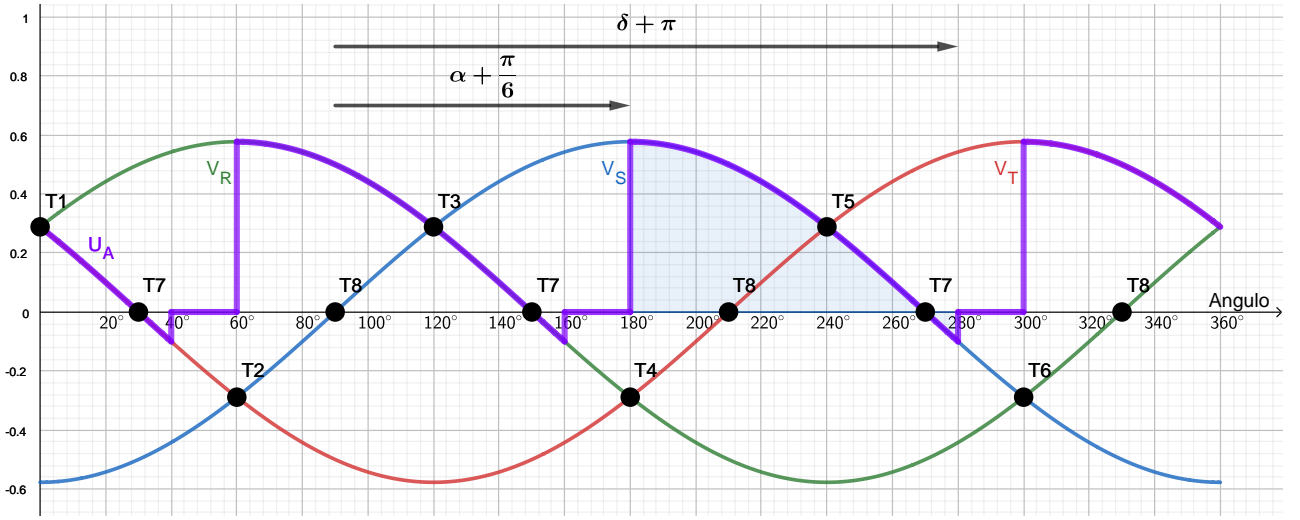


Figura 3: Tensiones de fase (con tensiones de línea normalizadas a  $\sqrt{2}U = 1$ ) y tensión  $U_A$  (borne positivo de salida) para  $\frac{\pi}{6} + \delta < \alpha < \frac{5\pi}{6}$ .

Entonces

$$\langle V_o \rangle = 2 \langle U_A \rangle = 2 \frac{1}{2\pi} 3 \int_{\alpha + \frac{\pi}{6}}^{\delta + \pi} \left( \sqrt{2} \frac{U}{\sqrt{3}} \sin(\theta) \right) d\theta = \frac{3}{\pi} \sqrt{2} U \frac{1}{\sqrt{3}} \cos(\theta) \Big|_{\delta + \pi}^{\alpha + \frac{\pi}{6}}$$

$$\langle V_o \rangle = \frac{3}{\pi} \sqrt{2} U \frac{1}{\sqrt{3}} \left( \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) - \cos(\delta + \pi) \right) = \frac{3}{\pi} \sqrt{2} U \frac{\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) + \cos(\delta)}{\sqrt{3}}$$

$$\langle V_o \rangle = \frac{3}{\pi} \sqrt{2} U \left( \frac{1}{2} \cos(\alpha) - \frac{1}{2\sqrt{3}} \sin(\alpha) + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos(\delta) \right)$$

Resumiendo:

$$\langle V_o \rangle = \begin{cases} \frac{3}{\pi} \sqrt{2} U \cos(\alpha) & \forall \alpha \in \left(0, \frac{\pi}{6} + \delta\right] \\ \frac{3}{\pi} \sqrt{2} U \left( \frac{\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) + \cos(\delta)}{\sqrt{3}} \right) & \forall \alpha \in \left(\frac{\pi}{6} + \delta, \frac{5\pi}{6}\right] \end{cases}$$

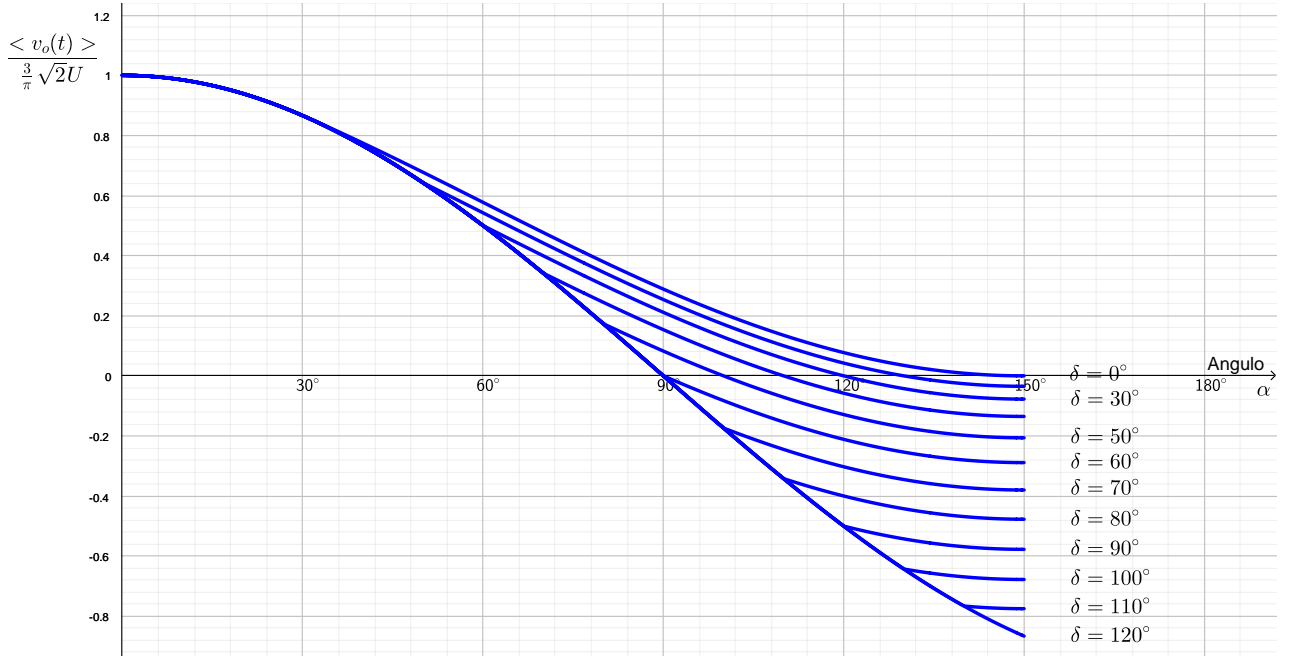


Figura 4: Transferencia normalizada  $\frac{\langle V_o \rangle}{\frac{3}{\pi} \sqrt{2} U}$  en función del ángulo de disparo de los tiristores T1-T6  $\alpha$ , para distintos ángulos de disparo de los tiristores T7-T8  $\delta$ .

b)

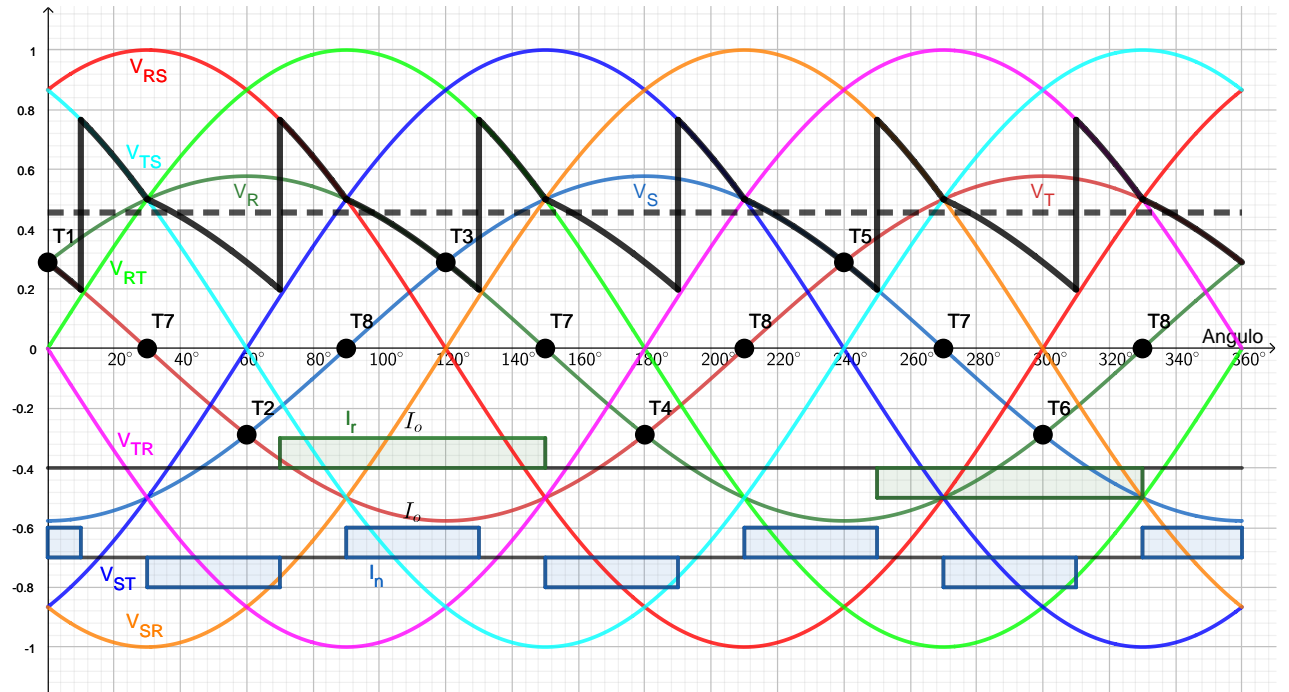


Figura 5: Tensiones de fase, tensiones de línea normalizadas a  $\sqrt{2}U = 1$ , tensión de salida, corriente por la fase R  $I_r$  y corriente por el neutro  $I_n$  para  $\alpha = 70^\circ$  y  $\delta = 0^\circ$ .

Para el convertidor 6 pulsos 2 vías clásico, se tenía que cada uno de los tiristores T1, T2, T3, T4, T5 y T6 conducía una vez por período durante  $120^\circ$ .

En la nueva configuración con los tiristores T7 y T8 y  $\alpha = 70^\circ$  y  $\delta = 0^\circ$ , se puede ver que los tiristores T1 a T6 conducen una vez por período durante  $80^\circ$ , mientras que los tiristores T7 y T8 conducen tres veces por período durante  $40^\circ$ . En general, para cualquier  $\alpha$  y  $\delta$  tales que  $\frac{\pi}{6} + \delta \leq \alpha < \frac{5\pi}{6}$  y  $0 \leq \delta < \frac{2\pi}{3}$ , se puede ver que los tiristores T1 a T6 conducen una vez por período durante  $150^\circ + \delta - \alpha$ , mientras que

los tiristores T7 y T8 conducen tres veces por período durante  $\alpha - \delta - 30^\circ$ .

Para el convertidor 6 pulsos 2 vías clásico, se tenía que la fundamental de la corriente  $I_r$  quedaba atrasada un ángulo  $\alpha$  con respecto a  $V_R$ , por lo que el factor de potencia visto por la red era  $\cos(\varphi) = \cos(\alpha)$  inductivo.

En la nueva configuración con los tiristores T7 y T8 y  $\alpha = 70^\circ$  y  $\delta = 0^\circ$ , se puede ver que la fundamental de la corriente  $I_r$  queda atrasada  $50^\circ$  con respecto a  $V_R$ , por lo que el factor de potencia visto por la red es  $\cos(\varphi) = \cos(50^\circ) = 0,643$  inductivo. En general, para cualquier  $\alpha$  y  $\delta$  tales que  $\frac{\pi}{6} + \delta \leq \alpha < \frac{5\pi}{6}$  y  $0 \leq \delta < \frac{2\pi}{3}$ , se puede ver que la fundamental de la corriente  $I_r$  queda atrasada  $15^\circ + \frac{\alpha + \delta}{2}$  con respecto a  $V_R$ , por lo que el factor de potencia visto por la red es  $\cos(\varphi) = \cos(15^\circ + \frac{\alpha + \delta}{2})$  inductivo.

Asumir que T7 y T8 son diodos equivale a fijar  $\delta = 0^\circ$ . Se tiene entonces que la transferencia si T7 y T8 son diodos es la siguiente:

$$\langle V_o \rangle = \begin{cases} \frac{3}{\pi} \sqrt{2} U \cos(\alpha) & \forall \alpha \in (0, \frac{\pi}{6}] \\ \frac{3}{\pi} \sqrt{2} U \left( \frac{\cos(\alpha + \frac{\pi}{6}) + 1}{\sqrt{3}} \right) & \forall \alpha \in (\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}] \end{cases}$$

Esta transferencia se puede ver en la figura 4, corresponde a la curva con  $\delta = 0^\circ$ .

c)

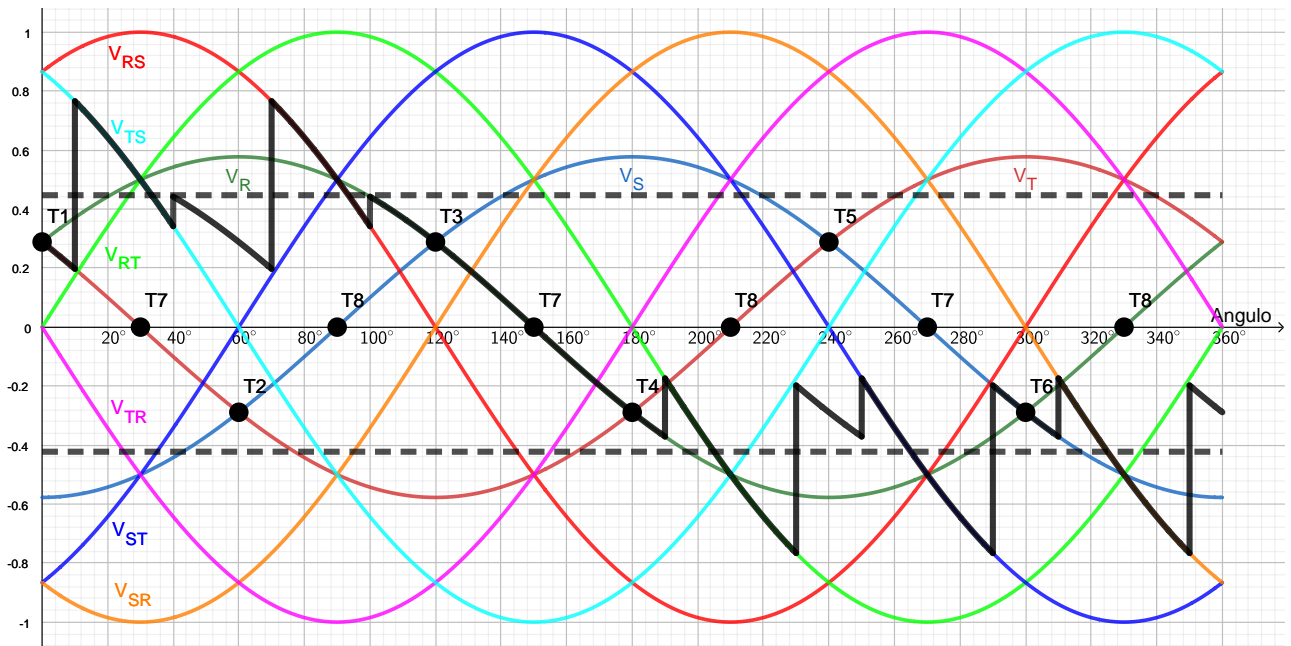


Figura 6: Tensiones de fase, tensiones de línea normalizadas a  $\sqrt{2}U = 1$  y tensión de salida durante el transitorio de pasar de  $\alpha = 70^\circ$ ,  $\delta = 10^\circ$  a  $\alpha = 130^\circ$ ,  $\delta = 80^\circ$  si el cambio de consigna se produce inmediatamente después de disparar T8 (disparo que apagaba al tiristor T6).

Se puede observar que la tensión de salida luego del transitorio tiene casi el mismo valor (pero de signo opuesto) que antes del transitorio.

Para el convertidor 6 pulsos 2 vías clásico, para obtener la misma forma de onda pero de signo opuesto, se debía utilizar  $\alpha' = 180^\circ - \alpha$ .

En la nueva configuración con los tiristores T7 y T8, para cualquier  $\alpha$  y  $\delta$  tales que  $\frac{\pi}{6} + \delta \leq \alpha < \frac{5\pi}{6}$  y  $0 \leq \delta < \frac{2\pi}{3}$ , se puede ver que para obtener la misma forma de onda pero de signo opuesto, se debe utilizar  $\alpha' = 150^\circ - \delta$  y  $\delta' = 150^\circ - \alpha$ .