

EJERCICIOS

4. Calcula los siguientes logaritmos: a) $\log_3 \frac{1}{27}$ b) $\log_{\frac{1}{2}} 2$ c) $\log_a a^5$ d) $\log_{\frac{1}{b}} b^{-2}$

Sol.: a) -3; b) -1; c) 5; d) 2

5. Aplica la definición y las propiedades de los logaritmos para calcular el valor de x en estas expresiones:

a) $x = \log_2 64$	e) $\log_x \sqrt{3} = \frac{2}{5}$
b) $x = \log_3 \frac{3}{\sqrt{9}}$	f) $\log_4 x = -\frac{1}{2}$
c) $x = \log_{16} 2$	g) $\log_{\frac{1}{3}} x = -5$
d) $\log_x 5 = -3$	h) $x = \log_5 (\log_5 5)$

Sol.: a) 6; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{1}{4}$; d) $\sqrt[3]{\frac{1}{5}}$; e) $3\sqrt[4]{3}$; f) $\frac{1}{2}$; g) 243; h) 0

6. Resuelve las ecuaciones exponenciales:

a) $6(3^{x-1} - 2) = 9$	Soluc: $x \approx 2,1403$
b) $2(2^{x-1} - 4) - 2 = 0$	Soluc: $x \approx 3,3219$
c) $2^{x-2} - 1 = 0$	Soluc: $x = 2$
d) $6^x = 216$	Soluc: $x = 3$
e) $2^{3x-1} = 2048$	Soluc: $x = 4$
f) $16^{2x+1} = \sqrt[3]{8}$	Soluc: $x = -0,375$
g) $4^{3x} = 8^{x+3}$	Soluc: $x = 3$
h) $(4^{2-x})^{1-x^2} = 8^{1-x^2}$	Soluc: $x = 1, -1, \frac{1}{2}$
i) $3 \cdot 2^{x+3} = 192 \cdot 3^{x-1}$	Soluc: $x \approx -2,419$

7. Resuelve las ecuaciones:

a) $\log(x+1) + \log(x-3) = \log(5x-13)$	Soluc: $x = 5$
b) $\log 10x = \log(x-1) + 2$	Soluc: $x = 10/9$
c) $3 + \log x = \log 57 - \log 19$	Soluc: $x = 0,003$
d) $\log 5x = \log 20 + 3 \log x$	Soluc: $x = \frac{1}{2}$
e) $\log(7x-9)^2 + \log(3x-4)^2 = 2$	Soluc: $x = 2, 13/21$
f) $\log(x^2-100) / \log(x-2) = 2$	Soluc: $x = 26$

8. Resuelve las ecuaciones:

a) $\log 4 - 2 \log 5 + \log(x+1) - \frac{1}{3} \log 8 = 1$	
b) $\log x^3 - \log \frac{7x+8}{2} = \log 2x$	Sol.: a) $x = 124$; b) $x = 8$; c) $x = 2$
c) $3 \ln(x-1) - \ln(x^2-1) = -\ln 3$	

9. Calcula, sabiendo que $\log_5 A = 1,8$ y $\log_5 B = 2,4$:

a) $\log_5 \sqrt[3]{\frac{A^2}{25B}}$ b) $\log_5 \frac{5\sqrt{A^3}}{B^2}$

10. Averigua la relación que hay entre x e y , sabiendo que se verifica: $\ln y = 2x - \ln 5$

11. Averigua la relación que hay entre M , x e y , sabiendo que se verifica:

$$\ln M = \frac{1}{4}(2 \ln x + 3 \ln y - 5 \ln 2)$$

12. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^4 + 7x^2 + 13 = 0$

b) $x^3 - 4x = 0$

c) $x^4 + 4x^2 = 0$

d) $x - 5 = \frac{-6}{x}$

e) $\frac{6x+1}{4} - \frac{3(-x+1)}{2} = 1$

f) $\frac{6x+1}{x^2-4} - \frac{x+1}{x+2} + \frac{x}{x-2} = 0$

g) $(x+2)^2 - 4x + 1 = 0$

h) $(x-3)^2 = 2x+6$

13. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales o logarítmicas:

a) $3^{4-x^2} = \frac{1}{9}$

b) $4^{x-1} = 2^{x+2}$

c) $3^x + 3^{x+2} = 30$

d) $\log x + \log 50 = 3$

e) $5 \log_2(x+3) = \log_2 32$

f) $2 \ln x = \ln(2x+3)$

g) $2^{3x} = 0,6^{3x+2}$

h) $7^{x+2} = 486$

14. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^5 - 9x^4 = 0$

(Sol.: 0 y 9)

b) $\frac{x^6}{3} - \frac{x^4}{3} = 0$

(Sol.: 0, -1 y 1)

c) $4x^3 + 8x^2 + 3x = 0$

(Sol.: 0, $-\frac{1}{2}$ y $-\frac{3}{2}$)

d) $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$

(Sol.: 2, -2 y -3)

e) $x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 8x = 0$

(Sol.: 0 y 2)

f) $2x^3 - 3x^2 + 1 = 0$

(Sol.: 1 y $-\frac{1}{2}$)

g) $x^4 - x^3 - 5x^2 + 3x + 6 = 0$

(Sol.: 2, -1, $\sqrt{3}$ y $-\sqrt{3}$)

h) $\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{4} - \frac{x^2}{2} = 0$

(Sol.: 0, 2, -1)

i) $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$

(Sol.: -4, 4, -3 y 3)

j) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$

(Sol.: -2, 2, $-\sqrt{3}$ y $\sqrt{3}$)

k) $-5x^2 + 4x^4 + 20 = 3x^4 - 12 + 7x^2$ (Sol.: -2, 2, $-2\sqrt{2}$ e $2\sqrt{2}$)

15. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $3x - \sqrt{2x+3} = 6$ (Sol.: 3, 11/9 no válida)

b) $\sqrt{5x+5} = \sqrt{33-2x}$ (Sol.: 4)

c) $\sqrt{x^2-2x} + \sqrt{3x-6} = 0$ (Sol.: 2, 3 no válida)

d) $4x - 2\sqrt{x} = 12$ (Sol.: 4, 9/4 no válida)

e) $3\sqrt{3x+4} - 2x = 5$ (Sol.: -1 y 11/4)

f) $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x} = 1$ (Sol.: 0 y 4)

g) $\frac{4x-1}{x^2} - \frac{3}{x} = 0$ (Sol.: 1)

h) $\frac{2x^2+1}{3x^2} - \frac{1}{2x} = \frac{3}{2}$ (Sol.: -1, 2/5)

i) $\frac{3x-1}{x+2} - \frac{2x}{x-2} = \frac{1}{x^2-4} + 3$ (Sol.: 1, -13/2)

j) $\frac{2x}{3(x+4)} - \frac{1}{x+4} = \frac{-3}{(x+4)^2}$ (Sol.: -3, 1/2)

k) $\frac{x^2-1}{x+2} - \frac{x+1}{2x+4} = \frac{-3}{3x+6}$ (Sol.: 1, -1/2)

l) $\frac{3x+1}{2x} - \frac{3x}{2x+1} = \frac{5x+1}{4x^2+2x}$ (Sol.: Tiene infinitas soluciones)

16. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $2(x-2) + 3x < 5x + 6$ b) $5(x-2) - \frac{1}{3} < 3(x-1) + 2x$

c) $\frac{2x-3}{8} - \frac{5x-1}{2} < -\frac{3x}{4}$ d) $\frac{3(x-1)}{2} - x > \frac{x-3}{2}$

e) $x^2 - 5x + 4 \leq 0$ f) $x^2 - 3x - 4 \geq 0$

g) $x^2 - 4 < 0$ h) $x^2 + 7 > 0$

17. Una empresa textil fabricó 1500 camisas con un coste de producción de 3 € por unidad. Si vendiendo todas las camisas obtiene un beneficio de más de 6000 €, ¿a qué precio vende cada unidad?

(Sol.: A más de 7 €)