Programación 2

La previa: Recursión

Invocaciones

P	Q1	Q2	Q3
---	---	---	---
	Cód-3		
---	---	---	---
Cód-1		Cód-5	
---	call Q2	---	---
			Cód-7
call Q1	---	---	---
---	---	call Q3	---
p0 Cód-2	Cód-4		
---	---	---	---
		Cód-6	

STACK

p_0

Ejecución: Cód-1

Invocaciones

P	Q1	Q2	Q3
	Cód-3		
Cód-1		Cód-5	
---	call Q2	---	---
			Cód-7
call Q1	---	---	---
---	---	call Q3	---
p0 Cód-2	p1 Cód-4		
		Cód-6	

STACK

p_1

p_0

Ejecución: Cód-1, Cód-3

Invocaciones

P	Q1	Q2	Q3
---	---	---	---
	Cód-3		
---	---	---	---
Cód-1		Cód-5	
---	call Q2	---	---
			Cód-7
call Q1	---	---	---
	p1		
---	---	call Q3	---
p0 Cód-2	Cód-4		
---	---	---	---
		p2 Cód-6	

Ejecución: Cód-1, Cód-3, Cód-5

STACK

p2

p_1

p_0

Invocaciones

P	Q1	Q2	Q3
---	---	---	---
	Cód-3		
---	---	---	---
Cód-1		Cód-5	
---	call Q2	---	---
			Cód-7
call Q1	---	---	---
---	p1 ---	call Q3	---
p0 Cód-2	Cód-4		
---	---	---	---
		p2 Cód-6	

<u>Ejecución</u>: Cód-1, Cód-3, Cód-5, Cód-7

<u>**STACK**</u>

p2

p_1

p_0

Invocaciones

```
P              Q1             Q2             Q3

---            ---            ---            ---
               Cód-3
---            ---            ---            ---
Cód-1                         Cód-5
---            call Q2        ---            ---
                                             Cód-7
call Q1        ---            ---            ---
          p1
---            ---            call Q3        ---
Cód-2          Cód-4
p0
---            ---            ---            ---
                              Cód-6
                         p2
```

STACK

p_1

p_0

Ejecución: Cód-1, Cód-3, Cód-5, Cód-7, Cód-6

Invocaciones

P	Q1	Q2	Q3
---	---	---	---
	Cód-3		
---	---	---	---
Cód-1		Cód-5	
---	call Q2	---	---
			Cód-7
call Q1	---	---	---
---	p1 ---	call Q3	---
p0 Cód-2	Cód-4		
---	---	---	---
		Cód-6	

STACK

p_0

Ejecución: Cód-1, Cód-3, Cód-5, Cód-7, Cód-6, Cód-4

Invocaciones

	P	Q1	Q2	Q3
	---	---	---	---
		Cód-3		
	---	---	---	---
	Cód-1		Cód-5	
	---	call Q2	---	---
				Cód-7
	call Q1	---	---	---
	---	---	call Q3	---
p0	Cód-2	Cód-4		
	---	---	---	---
			Cód-6	

STACK

Ejecución: Cód-1, Cód-3, Cód-5, Cód-7, Cód-6, Cód-4, Cód-2

A ver si entendimos…

Procedimiento P (x) Pre: x>0

Si x = 1 entonces

Imprimir x

Sino

Imprimir x

P (x-1)

Imprimir x * x

El llamado P(3), ¿qué salida produce?

A ver si entendimos…

Procedimiento P (x)

Si x = 1 entonces

Imprimir x

Sino

Imprimir x

P (x-1)

Imprimir x*x

p

STACK (p)

1) Imprimir x*x, x=3

Llamados: P(3) -> P(2)

Se imprime: 3,

A ver si entendimos…

Procedimiento P (x)

  Si x = 1 entonces

    Imprimir x

  Sino

    Imprimir x

    P (x-1)

    Imprimir x*x

p

STACK (p)

2) Imprimir x*x, x=2

1) Imprimir x*x, x=3

Llamados: P(3) -> P(2) -> P(1)

Se imprime: 3, 2

A ver si entendimos…

Procedimiento P (x)

Si x = 1 entonces

Imprimir x

Sino

Imprimir x

P (x-1)

Imprimir x*x

p

STACK (p)

2) Imprimir x*x, x=2

1) Imprimir x*x, x=3

Llamados: P(1)

Se imprime: 3, 2, 1

A ver si entendimos…

```
Procedimiento P (x)
    Si x = 1 entonces
        Imprimir x
    Sino
        Imprimir x
        P (x-1)
        Imprimir x*x
```

p

STACK (p)

1) Imprimir x*x, x=3

Se imprime: 3, 2, 1, 4,

A ver si entendimos…

Procedimiento P (x)

Si x = 1 entonces

Imprimir x

Sino

Imprimir x

P (x-1)

Imprimir x*x

p

STACK (p)

Se imprime: 3, 2, 1, 4, 9

De recursión (de cola) a iteración

¿Cómo transformar este código a otro equivalente, sin recursión?

Procedimiento P (x)

Si CasoBase (x) entonces

AcciónBase (x)

Sino

AcciónAntes (x)

P (Transformación (x))

~~AcciónDespués (x)~~ **“recursión de cola”**

De recursión (de cola) a iteración

Procedimiento P’ (x)

x’ = x

Mientras NO CasoBase (x’)

AcciónAntes (x’)

x’ = Transformación (x’)

FinMientras

AcciónBase (x’)

¿Es conveniente la recursión cuando es de cola?

De recursión a iteración

¿Cómo transformar este código a otro equivalente, sin recursión?

Procedimiento P(x)

Si CasoBase (x) entonces

AcciónBase (x)

Sino

AcciónAntes (x)

P (Transformación (x))

AcciónDespués (x)

De recursión a iteración

Procedimiento P’ (x)

x’ = x

Pila s Vacía

Mientras NO CasoBase (x’)

AcciónAntes (x’)

Aplilar (x’, s)

x’ = Transformación (x’)

AcciónBase (x’)

Mientras NO PilaVacía (s)

AcciónDespués (Tope (s))

DesapilarTope (s)

¿Es conveniente la iteración para una recursión que no es de cola?

Formalmente: conjuntos inductivos, pruebas por inducción y recursión

Regla 1 : **0** es un natural (N)

Regla 2 : Si **n** es un natural entonces (**S n**) es otro natural

Regla 3 : Esos son todos los naturales

- **0** y **S** son llamados (operadores) CONSTRUCTORES del conjunto N
- La Regla 3 permite justificar el PRINCIPIO de DEMOSTRACIÓN por INDUCCIÓN ESTRUCTURAL Y EL ESQUEMA DE RECURSIÓN ESTRUCTURAL

$$f : N \rightarrow \ldots$$

$$f(0) = \ldots$$
$$f(S\ n) = \ldots\ f(n)$$

Formalmente: conjuntos inductivos, pruebas por inducción y recursión

<u>Regla 1</u> : **0** es un natural (N)

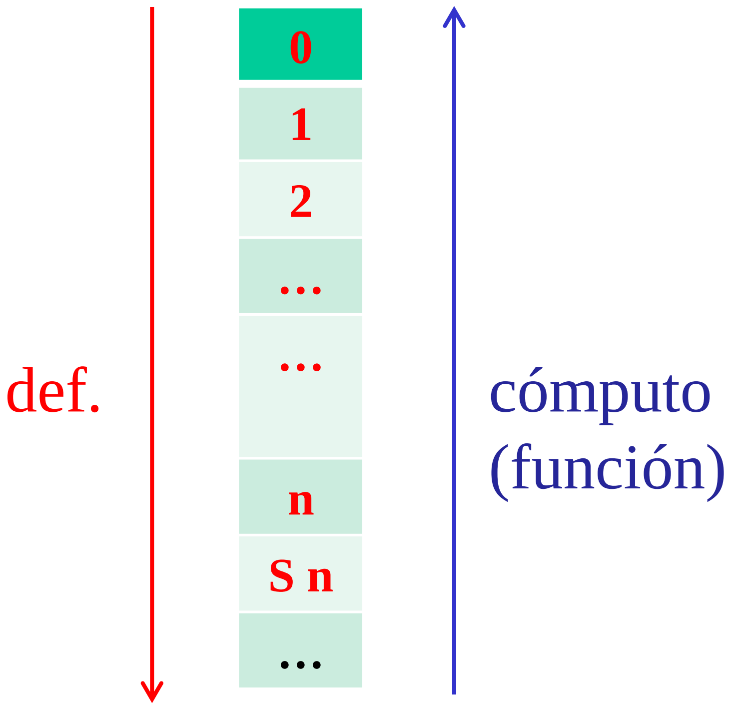
<u>Regla 2</u> : <u>Si</u> **n** es un natural <u>entonces</u> (**S n**) es otro natural

<u>Regla 3</u> : Esos son todos los naturales

***f* : *N* → …**

f(0) = …

f(S n) = … f(n)



Factorial

fact: N $\rightarrow$ N

fact(0) = 1
fact(S n) = (S n) * fact(n)

Factorial

fact: N $\rightarrow$ N

fact(0) = 1
fact(S n) = (S n) * fact(n)

Ej: fac 3 = <u>3 * fac 2</u> = 3 * <u>2 * fac 1</u> = 3 * 2 * <u>1 * fac 0</u> = 3 * 2 * 1 * <u>1</u> = 6

Factorial

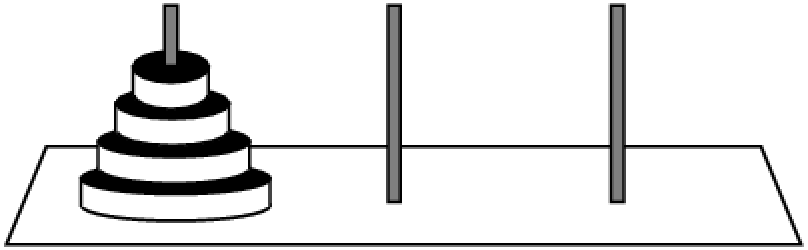
fact: N $\rightarrow$ N

fact(0) = 1
fact(S n) = (S n) * fact(n)

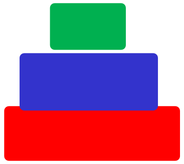
Ej: fac 3 = $\underline{3 * \text{fac } 2}$ = 3 * $\underline{2 * \text{fac } 1}$ = 3 * 2 * $\underline{1 * \text{fac } 0}$ = 3 * 2 * 1 * $\underline{1}$ = 6

```
int fact (unsigned int n) {
  if (n==0) return 1;
  else return n * fact(n-1);
}
```

Torres de Hanoi

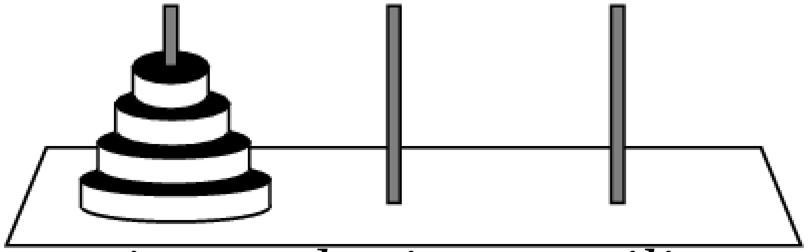


Origen *Destino* *Auxiliar*



Origen *Destino* *Auxiliar*

Hanoi




```
void hanoi(int n, char origen, char destino, char auxiliar){
      if(n > 0){

         /* Mover los n-1 discos de "origen" a "auxiliar" usando "destino" como auxiliar */
         hanoi(n-1, origen, auxiliar, destino);

         /* Mover disco n de "origen" para "destino" */
         printf("\n Mover disco %d de base %c para a base %c", n, origen, destino);

         /* Mover los n-1 discos de "auxiliar" a "destino" usando "origen" como auxiliar */
         hanoi(n-1, auxiliar, destino, origen);
}

main(){
         int n;
         printf("Digite el número de discos: ");
         scanf("%d",&n);
         hanoi(n, 'A', 'C', 'B');
         return 0;
}
```

Listas

LISTAS:

- Vamos a definir el conjunto de las listas secuenciales finitas de naturales Inductivamente:
  - Regla 1**: lista vacía**

$$\frac{}{[\,] : \text{Lista}}$$

  - Regla 2**: listas no vacías (cons)**

$$\frac{n : N \qquad S : \text{Lista}}{n.S : \text{Lista}}$$

  - Regla 3**: esas son todas las listas**
- Ejemplos**:**

[]
1.[] **([1])**
3.1.[] **([3,1]) notación sintética**

Recursión estructural en listas

- **[] : Lista**
- Si **x : N y S : Lista entonces x.S : Lista**

f : Lista → …

f([]) = …
f(x.S) = … f(S)

Largo

f : Lista → …

> **f([]) = …**
> **f(x.S) = … f(S)**

Ejemplo:

largo : Lista → N

> **largo([]) = …**
> **largo(x.S) = … largo(S)**

Largo

f : Lista → …

f([]) = …
f(x.S) = … f(S)

Ejemplo:

largo : Lista → N

largo([]) = 0
largo(x.S) = 1 + largo(S)

Pertenece

– Chequear si un elemento está en una lista.

pertenece: N x Lista $\rightarrow$ bool

pertenece (e,[]) = …

pertenece (e,x.S) = … pertenece(e,S)

Pertenece

– Chequear si un elemento está en una lista.

pertenece: N x Lista → bool

pertenece (e,[]) = false

pertenece (e,x.S) = (e==x) || pertenece(e,S)

??

– Qué hace?

f: N x Lista $\rightarrow$ bool

f (e,[]) = true

f (e,x.S) = (e==x) && f(e,S)

Está ordenada?

– Chequear si una lista está ordenada estrictamente de menor a mayor.

isOrd: Lista → bool

isOrd ([]) = …

isOrd (x.S) = … isOrd(S)

Está ordenada?

- Chequear si una lista está ordenada estrictamente de menor a mayor.

isOrd: Lista → bool

isOrd ([]) = true

isOrd (x.S) = … **dos casos para S**

Está ordenada?

– Chequear si una lista está ordenada estrictamente de menor a mayor.

isOrd: Lista → bool

isOrd ([]) = true

isOrd (x.S) = true **Si S==[]**

isOrd (x.S) = x<y && isOrd(S) **Si S==y.S'**

Inserción ordenada

– Insertar de manera ordenada un elemento en una lista ordenada.

Precondición: lista parámetro ordenada ($\leq$)

insOrd: N x Lista → Lista

insOrd (e,[]) = …

insOrd (e,x.S) = … insOrd(e,S)

Inserción ordenada

– Insertar de manera ordenada un elemento en una lista ordenada.

Precondición: lista parámetro ordenada (≤)

insOrd: N x Lista → Lista

insOrd (e,[]) = e.[]

insOrd (e,x.S) = e.x.S, si e<=x

x.insOrd(e,S), sino

Ordenación por inserción

– Ordenar una lista de menor a mayor.

Ord: Lista → Lista

Ord ([]) = …

Ord (x.S) = … Ord(S)

Ordenación por inserción

– Ordenar una lista de menor a mayor.

Ord: Lista → Lista

Ord ([]) = []

Ord (x.S) = insOrd(x, Ord(S))

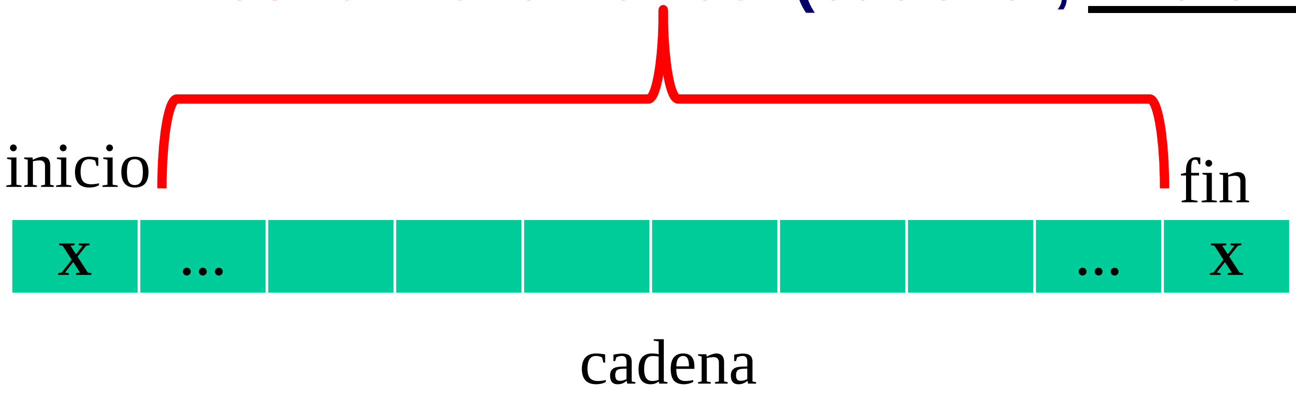
Práctico de Recursión
Palíndrome – Ej.2

Implemente un algoritmo recursivo que determine si un string es palíndrome (capicúa).

X	**…**							**…**	**X**

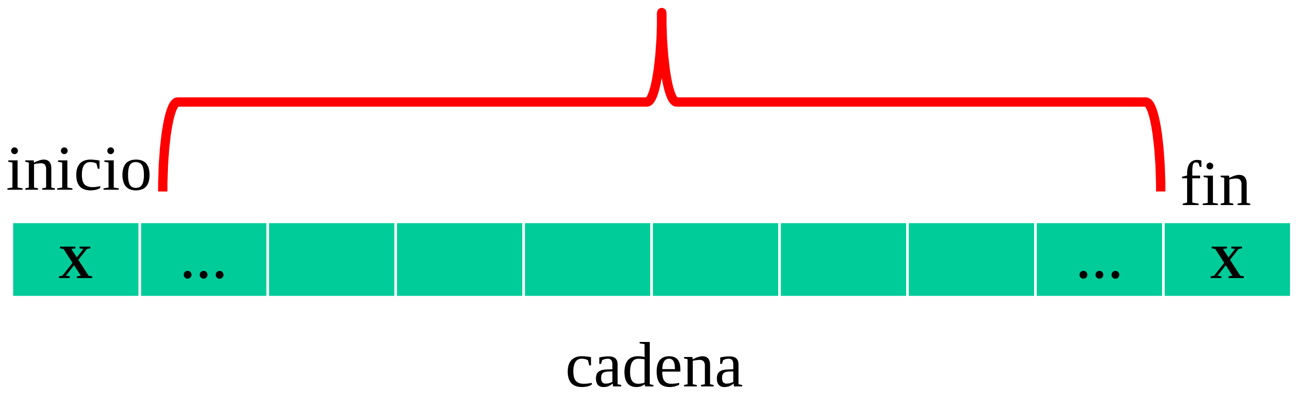
Palíndrome – Ej.2 Recursión

```
bool esPalindromeRec (char * cadena , int inicio , int fin) {

    if (inicio >= fin) return true;

    else return (cadena[inicio] == cadena[fin]) &&
                    esPalindromeRec  (cadena , inicio+1 , fin-1);
}
```



Palíndrome – Ej.2 Recursión

```
bool esPalindromeRec (char * cadena , int inicio , int fin) {

    return (inicio >= fin) ||
           ((cadena[inicio] == cadena[fin]) &&
           esPalindromeRec  (cadena , inicio+1 , fin-1));
}
```



Palíndrome – Ej.2 Recursión

```
int main() { // ejemplo
    char cadena[cte];
    scanf("%s", &cadena);
    int longitud = strlen(cadena);
    bool resultado = esPalindromeRec (cadena, 0 , longitud - 1);
    if (resultado)
        printf("Recursivamente, '%s' es palíndrome\n", cadena);
    else
        printf("Recursivamente, '%s' no es palíndrome\n", cadena);
  }
```

Palíndrome – Ej.2 Recursión

Un arreglo de caracteres con su largo

```
bool esPalindromeRec (char * cadena , int inicio , int fin) {

    return (inicio >= fin) ||
           ((cadena[inicio] == cadena[fin]) &&
           esPalindromeRec  (cadena , inicio+1 , fin-1));
}



bool esPalindrome (char * cadena , int largo) {

    return esPalindromeRec  (cadena , 0 , largo-1));
}
```