Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL.
Funciones de variable compleja.
Curso 2019.

EXAMEN - 5 DE DICIEMBRE DE 2019. DURACIÓN: 3:30

No. Examen	Apellido y nombre	Cédula	Firma

PARA USO DOCENTE			
Ej 1	Ej 2	Ej 3	**Total**

Ejercicio 1.(35 puntos) Sea $f(z) = \frac{1}{zsen(z)}$

1. Hallar y clasificar las singularides de f. En el caso de polos, hallar el orden y el residuo. (20 puntos)
2. Calcular
$$\int_{|z|=4} \frac{dz}{zsen(z)} \cdot \ \text{(15 puntos)}$$

Ejercicio 2.(30 puntos) Calcular

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+a^2)^2} \text{ con } a \in \mathbb{R} \text{ y } a > 0.$$

Ejercicio 3.(35 puntos) Probar el siguiente resultado:

1. **Teorema de Cauchy para un triángulo**. Sean Δ un triángulo cerrado contenido en un abierto Ω, $p \in \Omega$, f continua en Ω y $f \in H(\Omega \setminus \{p\})$. Si $\partial\Delta$ denota el borde del triángulo y a un camino cuya imagen es $\partial\Delta$ entonces
$$\int_{\partial\Delta} f(z)dz = 0. \text{ (28 puntos)}$$
Hacer el caso $p \notin \Delta$.
2. Sean R un rectángulo cerrado contenido en un abierto Ω, $p \in \Omega$, f continua en Ω y $f \in H(\Omega \setminus \{p\})$. Si ∂R denota el borde del rectángulo y a un camino cuya imagen es ∂R entonces
$$\int_{\partial R} f(z)dz = 0. \text{ (7 puntos)}$$