

Universidad de la República - Facultad de Ingeniería - IMERL.
Funciones de variable compleja.
Curso 2018.

EXAMEN - 22 DE JULIO DE 2019. DURACIÓN: 3:30

No. Examen	Apellido y nombre	Cédula	Firma

PARA USO DOCENTE				
Ej 1	Ej 2	Ej 3	Ej 4	Total

Ejercicio 1.(25 puntos)

1. Probar que todos los ceros del polinomio $P(z) = z^6 - 3z^5 + 2z^2 + 6$ pertenecen al anillo $A = \{z \in \mathbb{C} : 1 \leq |z| < 7/2\}$.
2. Probar que $P(z) = z^6 - 3z^5 + 2z^2 + 6$ no tiene raíces en $\{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1\}$.
3. Calcular

$$\int_{|z|=7/2} \frac{6z^5 - 15z^4 + 4z}{z^6 - 3z^5 + 2z^2 + 6}$$

Ejercicio 2.(25 puntos)

Sea la función

$$f(z) = \frac{1}{\operatorname{sen}\left(\frac{1}{z}\right)}$$

1. Probar que f no es meromorfa en \mathbb{C}
2. Probar que f es meromorfa en $\mathbb{C} \setminus \{0\}$.
3. Calcular el orden y los residuos de f en cada polo.

Ejercicio 3.(25 puntos)

Calcular

$$\int_0^{+\infty} \frac{dz}{(x^2 + 1)^3}$$

Ejercicio 4.(25 puntos)

Probar el siguiente resultado:

Estructura local Sea $f \in H(\Omega)$, $z_0 \in \Omega$, $w_0 = f(z_0)$ y f no constante. Entonces existe V entorno de z_0 tal que:

- i) $f(z) - w_0 = \Pi_m(\varphi(z))$ para una $\varphi \in H(V)$.
- ii) φ es inyectiva en V , $\varphi'(z) \neq 0 \forall z \in V$ y $\varphi(V) = D(0, r)$.