

Funciones de variable compleja

Examen, 19 de julio de 2017

| Apellidos | Nombres | N° de Cedula | N°Prueba |
|-----------|---------|--------------|----------|
|-----------|---------|--------------|----------|

Ejercicio 1.

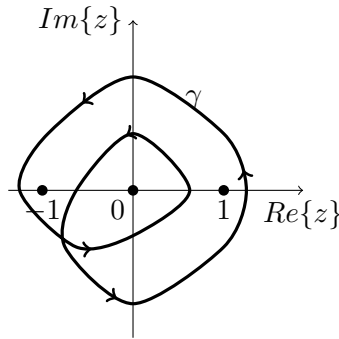
Sea $f : D(0, 1) \rightarrow \mathbb{C}$ continua.

- (a) Si $\gamma \subset D(0, 1)$ es una curva \mathcal{C}^1 , definir $\int_{\gamma} f(z) dz$.
- (b) Probar que si para toda curva γ cerrada se cumple $\int_{\gamma} f(z) dz = 0$, entonces f tiene primitiva.
- (c) Probar que si $f \in \mathcal{H}(D(0, 1) - \{0\})$, entonces $f \in \mathcal{H}(D(0, 1))$

Ejercicio 2.

Calcular:

$$\int_{\gamma} \frac{e^z}{z(z^2 - 1)} dz$$



Ejercicio 3.

- (a) Sea $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ continua tal que existen M y α reales positivos que cumplen $|f(t)| \leq Me^{\alpha t}$. Probar que existe la transformada de Laplace de f .
- (b) Calcular la transformada de Laplace de e^t y de $\cos t$.
- (c) Hallar la solución de

$$\begin{cases} y'' + y = 2e^t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

usando transformada de Laplace. Recordar que: $\frac{p+1}{(p-1)(p^2+1)} = \frac{1}{p-1} - \frac{p}{p^2+1}$.

Ejercicio 4.

Calcular $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos(x)}{x^2 + a^2} dx$, con $a > 0$.

Ejercicio 5.

Clasificar los ceros y las singularidades de $\frac{e^z - 1}{z \operatorname{sen} z}$.