Funciones de variable compleja

Examen, 24 de julio de 2014.

N^o Examen

Apellidos **Nombres** **Nº de Cedula**

Problema 1.

a. Enunciar y demostrar el Teorema de Cauchy en el rectángulo.
b. Enunciar la Fórmula de Cauchy
c. Calcular h para que F resulte entera siendo $F(x+iy) = x^2 + x - y^2 - y + c + i(h(x+iy))$ y sabiendo que $F(0) = 0$
d. Calcular

$$\frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{F(z)\overline{z}}{(z-1/2)}$$

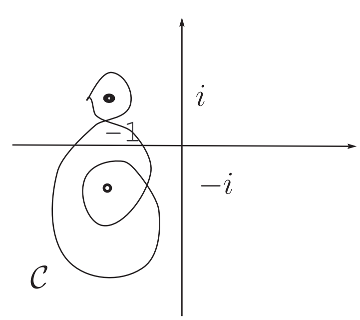
Donde C es la circunferencia de centro el origen y radio 1 orientada positivamente.

Problema 2.

Se considera la función dada por

$$f(z) = \frac{e^{1/z}}{z^2+2z+2}$$

a. Indicar las singularidades de f y clasificarlas.
b. Calcular $\int_{\mathcal{C}} f(z)dz$ siendo $\mathcal{C}$ la curva de la figura



Problema 3.

Sea D el disco unidad y Ω un abierto que lo contiene.

a. Sea $f \in \mathcal{H}(\Omega)$ tal que $|f(z)| > 2\ \forall\, z$ con $|z| = 1$, $f(0) = 1$, demostrar que f tiene necesariamente alguna raíz.

b. Probar que si $f \in \mathcal{H}(\Omega)$ es no constante y $|f|$ es constante en ∂D entonces f tiene al menos una raíz.

Problema 4.

Calcular

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}(x^2+1)}$$