Funciones de variable compleja

Examen, 10 de diciembre de 2014.

N^o Examen

Apellidos **Nombres** **Nº de Cedula**

Problema 1.

(15 puntos)

a. Sea f una función holomorfa en una cierta región D demostrar que si $f = u + iv$ entonces u y v son armónicas.
b. Determinar si existe $f = u + iv$ holomorfa e $\mathbb{C}$ tal que

$$u(x, y) = e^{\frac{y}{x}}.$$

En caso afirmativo hallar v

Problema 2.

(30 puntos)

a. Definir singularidad evitable.
b. Sea $f \in \mathcal{H}(D(a, r) - a)$ probar que f esta acotada en un entorno de a entonces a es una singularidad evitable.
c. Sea $f \in \mathcal{H}(D(a, r) - a)$ probar que si existe $K > 0$ tal que $Re(f) < K$ entonces a es una singularidad evitable de f.

Problema 3.

(30 puntos)

a. Enunciar el principio del Argumento
b. Enunciar y demostrar el teorema de Rouche.
c. Determinar la cantidad de raíces de la ecuación $z^4 - 8z + 10 = 0$ en el anillo $1 < |z| < 3$.

Problema 4.

(25 puntos)

Calcular justificando cada paso y enunciando resultados que se utilicen:

$$\int_0^{+\infty} \frac{x \operatorname{sen} x}{x^2 + 1} dx$$