Funciones de variable compleja
Segundo parcial

3 de julio de 2016.

No. parcial	Apellido y nombre	Firma	Cédula

(1) Clasificar los ceros y singularidades de las siguientes funciones:

i $f_1(z) = \frac{(z^2-\pi^2)^2}{z(cosz-1)^2}$.

ii $f_2(z) = \frac{e^{1/z}-1}{z(z^2-1)}$.

(2) Calcular:

(a) $\int_0^\infty \frac{cos^2t-sen^2t}{1+t^4}$.

(b) $\int_0^\infty \frac{x^2logx}{1+x^4}$.

(3) Probar que la ecuación $e^z = 4z^n$ $(n > 0)$ tiene n soluciones en $D(0,1)$.

(4) Sea $A = \{z = x + iy : x \geq 0, y = x^2 - 2x\}$ y $A^c = C - A$. Se considera $\varphi : A^c \to C$ primitiva de $1/z$ tal que $\varphi(3) = 1$.

(a) Calcular $\varphi(-3)$ y $\int_\gamma \varphi$ donde γ es una curva simple contenida en A^c que une el punto 3 con el -3.

(b) sea $f(z) = \frac{1}{((\varphi(z))^2-1)^2}$. Calcular el residuo de f en 3.

(5) (a) Definir polo y cero de orden k en un punto.

(b) Probar que f tiene un cero de orden k en a si y solo si $1/f$ tiene un polo de orden k en a.

(c) Sea Ω una región y $a \in \Omega$. Probar que f tiene un polo de orden k en a si y solo si existe $\varphi \in H(\Omega)$ tal que $f(z) = \frac{\varphi(z)}{(z-a)^k}$ con $\varphi(a) \neq 0$