# Primer Parcial 2016
# Funciones de Variable Compleja

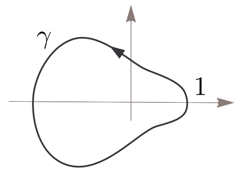
| | | | |
|---|---|---|---|
| Nombre | | Número de parcial | |

Todos los resultados se deben justificar. En caso de utilizar un teorema o resultado visto en clase enunciarlo.

**Ejercicio 1**

Demostrar el teorema de Cauchy local (para triángulos o rectángulos).

**Ejercicio 2**



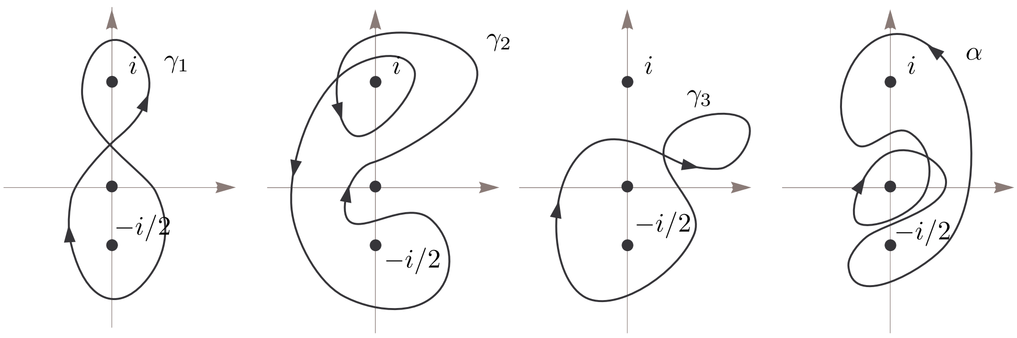

a) Definir la función exponencial y alguna función logaritmo.
b) Sea considera $\gamma$ la curva de la figura a la derecha. Calcula $\displaystyle\int_\gamma \frac{1}{z} + e^z \; dz$.
c) Definir el índice de un curva respecto a un punto.

**Ejercicio 3**

Sea $f \in \mathcal{H}(\Omega)$, $\Omega$ un conjunto abierto y conexo, y $Z(f) = \{z \in \Omega : \; f(z) = 0\}$ el conjunto de los ceros de $f$. Demostrar que si $Z(f)$ tiene un punto de acumulación en $\Omega$ entonces $f(z) = 0, \; \forall \; z \in \Omega$.

**Ejercicio 4**

Sea $f \in \mathcal{H}(\mathbb{C} - \{i, 0, -i/2\})$ y las curvas de la siguiente figura:




a) Sabiendo que $\displaystyle\int_{\gamma_1} f(z)dz = \pi$, $\displaystyle\int_{\gamma_2} f(z)dz = \pi$ y $\displaystyle\int_{\gamma_3} f(z)dz = 2\pi$ hallar $\displaystyle\int_\alpha f(z)dz$.
b) ¿Puede $f(z)$ extenderse en forma continua al plano complejo?.

**Ejercicio 5**

a) Probar que toda transformación de Moebius transforma el conjunto de las rectas y circunferencias en el conjunto de las rectas y circunferencias (o sea dicho conjunto es invariante bajo una transformación de Moebius).
b) Hallar $T : \bar{\mathbb{C}} \to \bar{\mathbb{C}}$ una transformación de Moebius tal que 1 y $-1$ sean puntos fijos y $T(0) = i$.
c) Deducir que $T$ transforma el semiplano $\{z \in \mathbb{C} : Im(z) < 0\}$ en el disco $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$.