

Problema X

- a. Según la figura 1 $V_o = \left(1 + \frac{Z_1}{Z}\right) e^- = \left(1 + \frac{Z_1}{Z}\right) V_i$ por divisor de tensión y cortocircuito virtual.

Por lo tanto $H(s) = 1 + \frac{Z_1}{Z}$

Por el cortocircuito virtual la caída en Z_1 y Z_2 de voltaje debe ser la misma por lo tanto $Z_1 I_1 = Z_2 I_i$, además $V_i = -Z I_1$ entonces $\frac{-Z_1}{Z} V_i = Z_2 I_i \Rightarrow Z_v = \frac{V_i}{I_i} = -\frac{Z_2 Z}{Z_1}$

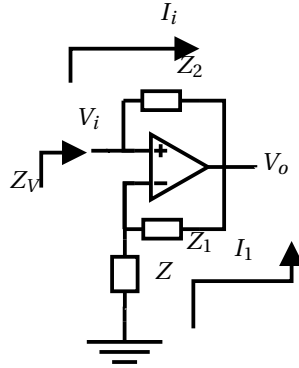


Figura 1:

- b. Abrimos el lazo como se muestra en la figura 2

$$G_{OL}(s) = -L(s) = \frac{e_o}{e_i} = \frac{e_o}{V_3} \frac{V_3}{V_2} \frac{V_2}{e_i} = \frac{-kR}{Ls + 2R + \frac{1}{Cs}} \frac{-R}{Ls} \frac{-2R}{Ls - R}$$

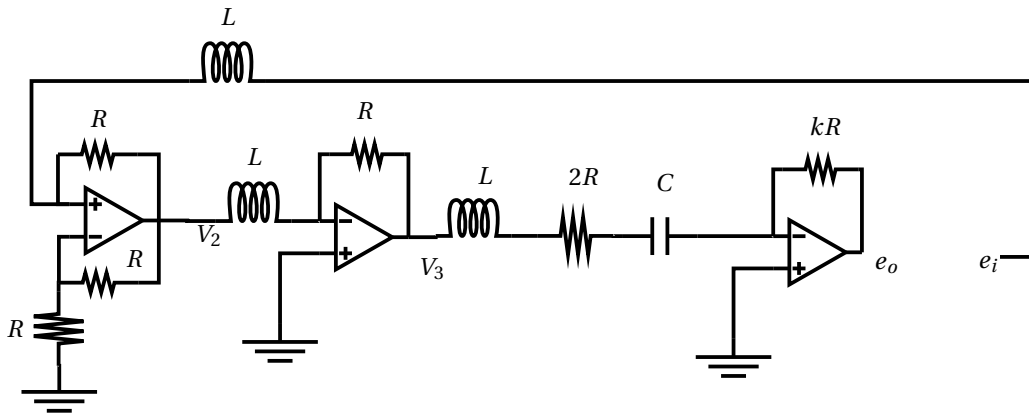


Figura 2: apertura del lazo

- c.

$$\begin{aligned} \frac{10R}{L} &= \sqrt{\frac{1}{LC}} = \omega_0 \\ RC &= \frac{R}{L} LC = \frac{\omega_0}{10} \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{1}{10\omega_0} \\ \frac{R^2 C}{L} &= \frac{R}{L} RC = \frac{\omega_0}{10} \frac{1}{10\omega_0} = \frac{1}{100} \\ L(s) &= \frac{-kR^2 C/L}{LCs^2 + sRCs + 1} \frac{-2}{\frac{Ls}{R} - 1} = \frac{k}{50} \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{s}{5\omega_0} + 1} \frac{1}{\frac{s}{\omega_0} - 1} \end{aligned}$$

Realizamos el diagrama de Bode en la figura 3.

Para usar el criterio de Nyquist primero observamos que el número de polos en C^+ es $P = 1$, por el criterio de argumento el número de ceros de $1 + "a\beta"$ en C^+ será $Z = N + P = N + 1$, que es nulo sólo cuando $N = -1$.

Realizamos el diagrama de Nyquist en la figura

Del diagrama de Bode se puede aproximar el punto de corte $-\alpha \approx L(j\omega_0) = -\frac{k}{100}$, esto es razonable ya que ambas raíces están separadas una década. El otro punto de corte se da para $L(0) = -\frac{k}{50}$

Para que el sistema sea estable se debe cumplir que el -1 se encuentre en la región $N = -1$ o sea $:k/100 < 1 < k/50$. Es decir $100 > k > 50$.

Si no hubiéramos realizado la aproximación para el punto de corte α las cuentas habrían dado que $\alpha = \frac{k}{99}$ es decir que la aproximación fue razonable.

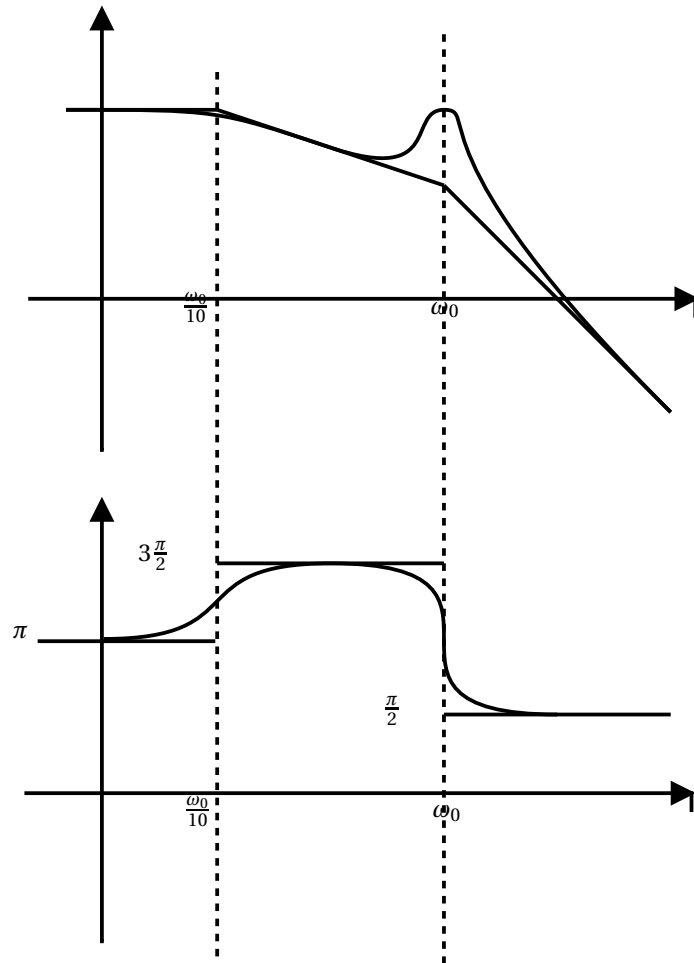


Figura 3: Diagrama de Bode

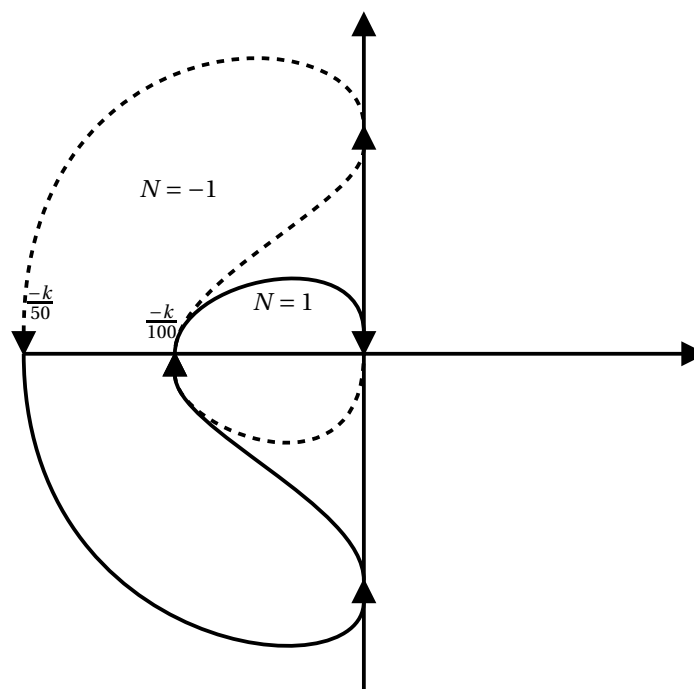


Figura 4: Diagrama de Nyquist