Universidad de la República **Cálculo III**
Facultad de Ingeniería - IMERL **Examen Febrero 2016**

Examen Febrero
Sábado 13 de febrero de 2016

Nro de Examen	Cédula	Apellido y nombre

Ejercicio 1 (25 puntos)

(a) Definir integral de una función escalar a lo largo de una curva.

(b) Calcular $\int_C f(x,y,z)ds$, donde $f(x,y,z) = z$ y C es la curva intersección de la esfera $x^2+y^2+z^2 = 169$ con el plano $z = 12$.

Ejercicio 2 (25 puntos)

(a) Enunciar el teorema de Gauss o de la divergencia.

(b) Calcular el flujo del campo $X(x,y,z) = (x^2, xy, 5)$ a través de la superficie S (orientada con la normal exterior), donde S es la superficie que bordea la región acotada por los 3 planos coordenados y el plano $2x+3y+4z = 12$.

Ejercicio 3 (25 puntos)

(a) Enunciar el teorema de Stokes.

(b) Sea S la superficie $z = x(1-x)y(1-y)$, donde $x, y \in [0,1]$. Calcular el flujo del campo $X(x,y,z) = (0,0,x)$ a través de la superficie S, orientada con la normal que apunta hacia arriba.

Ejercicio 4 (25 puntos)

(a) Definir campo de gradientes e integral curvilínea.

(b) Probar que si $X : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ es un campo de gradientes, f es un potencial de X y $\alpha : [a,b] \to \mathbb{R}^2$ es una curva $\mathcal{C}^1$ en Ω entonces $\int_\alpha X d\alpha = f(\alpha(b)) - f(\alpha(a))$.

(c) Sea $X : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ un campo de gradientes tal que $X(x,0) = (x, e^{x^2})$ y α la poligonal compuesta por los segmentos de recta orientados que unen los siguientes puntos en el orden indicado $(0,0)$, $(1,1)$ y $(2,0)$. Calcular $\int_\alpha X d\alpha$.