Universidad de la República **Cálculo III**
Facultad de Ingeniería - IMERL **Curso 2015**

Soluciones Examen Diciembre
Viernes 11 de diciembre de 2015

Ejercicio 1

(a) Ver teórico.
(b) Ver teórico.
(c) Ver teórico.
(d) Sea W región acotada de $\mathbb{R}^3$ tal que $\partial W = S$. Entonces usando el teorema de la divergencia se obtiene:

$$\iint_S X dS = \iiint_W div(X) dxdydz = 0$$

Ejercicio 2

(a) Ver teórico.
(b) Ver teórico.
(c) Una fórmula posible de área es:

$$A(D) = \frac{1}{2}\int_{\mathcal{C}} xdy - ydx$$

donde $\mathcal{C} = \partial D$ orientada en sentido antihorario. Entonces:

$$A(D) = \int_0^{2\pi} (2\cos(t) + \cos(2t))(2\cos(t) - 2\cos(2t)) + (2\sin(t) - \sin(2t))(2\sin(t) + 2\sin(2t))dt$$

$$\Rightarrow A(D) = \int_0^{2\pi} 1 + \sin(t)\sin(2t) - \cos(t)\cos(2t)dt = 2\pi$$

Ejercicio 3

(a) Ver teórico.
(b) Ver teórico.
(c) Consideremos $\mathcal{C} = \partial S$ orientada en sentido antihorario. Observar que esta orientación es compatible con la orientación inducida por la superficie, por lo tanto usando el teorema de Stokes se obtiene:

$$\iint_S Rot(X) dS = \int_{\mathcal{C}} X dl$$

Parametrizamos la curva mediante:

$$\alpha(t) = (\cos(t), \sin(t), 1)$$

luego:

$$\iint_S Rot(X) dS = \int_{\mathcal{C}} X dl = \int_0^{2\pi} cos^2(t) dt = \pi$$