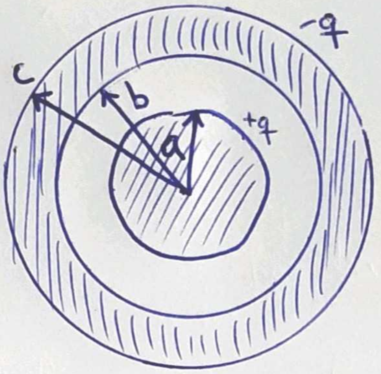
Ejercicio 3 - Práctico 2

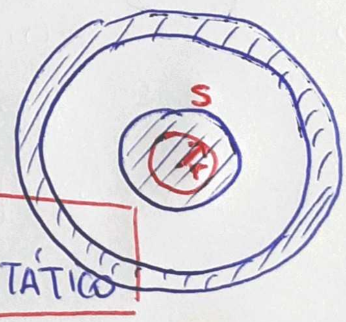


Ambas esferas son conductoras

El problema tiene simetría esférica. El campo en cada punto del espacio tiene la forma $\vec{E} = E(r)\hat{e}_r$ $\Rightarrow$ Todas las superficies gaussianas que vamos a elegir preservan esta simetría $\Rightarrow$ son esferas centradas en origen

a) Campo entre $0<r<a$

$\Rightarrow$ Como la esfera de radio a es conductora, el campo eléctrico $\vec{E}$ es nulo. $\Rightarrow$ EQUILIBRIO ELECTROSTÁTICO



Tomando la superficie roja

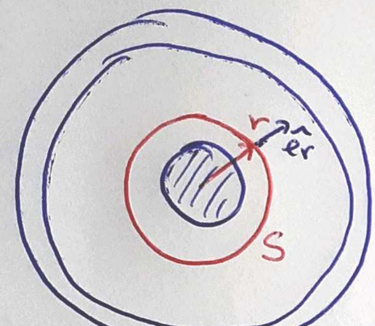
$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}\cdot\hat{n}\, ds = 0 \Rightarrow Q_{enc} = 0$$ para la superficie roja

$$\boxed{\vec{E} = 0 \text{ en } 0<r<a}$$

debido al equilibrio electrostático que alcanzan las cargas en los conductores.

b) Campo entre $a<r<b$

Elegimos nuevamente una superficie gaussiana que es una esfera de radio r, concéntrica



El campo es $\vec{E} = E(r)\,\hat{e}_r$, debido a la simetría esférica del problema

El flujo por la superficie S es

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}\cdot\hat{n}\,ds = \oint_S E(r)\,\hat{e}_r\cdot\hat{e}_r\,ds = \oint_S E(r)\,ds \underset{\downarrow}{=} E(r)\overbrace{\oint_S ds}^{\text{área esfera}}$$

E(r) es constante sobre S

$$\Rightarrow \boxed{\Phi_E = E(r)\,4\pi r^2}$$

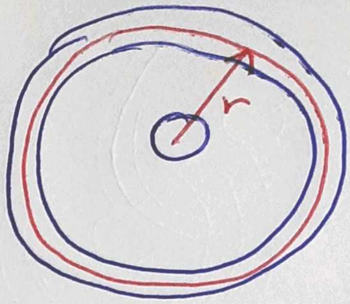
La carga encerrada por S es: $Q_{enc} = q$

Usando la ley de Gauss: $\Phi_E = \dfrac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$

$$\Rightarrow \boxed{E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}}$$

$$\boxed{\vec{E}(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\,\hat{e}_r \quad \text{para } a<r<b}$$

c) Campo entre $b<r<c$



Por la simetría del problema, la superficie gaussiana es una esfera concéntrica.

El campo es: $\vec{E} = E(r)\,\hat{e}_r$

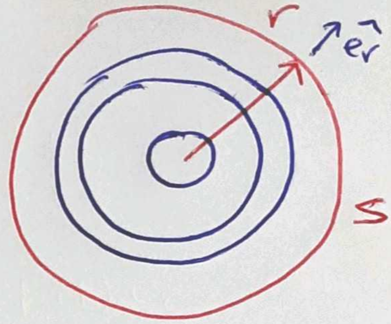
Como el cascarón esférico es conductor, las cargas libres dentro de él se reacomodan para generar un campo ~~magnético~~ eléctrico nulo

$\Rightarrow$ **Equilibrio electrostático**

$$\Rightarrow \boxed{E(r) = 0 \quad \text{en} \quad b<r<c}$$

d) Campo
para $r > c$

Como antes la superficie gaussiana es una esfera concéntrica de radio r:



El campo es nuevamente:

$$\vec{E} = E(r)\,\hat{e}_r$$

El flujo por S es:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}\cdot\hat{n}\,ds = E(r)\oint_S ds = E(r)\,4\pi r^2$$

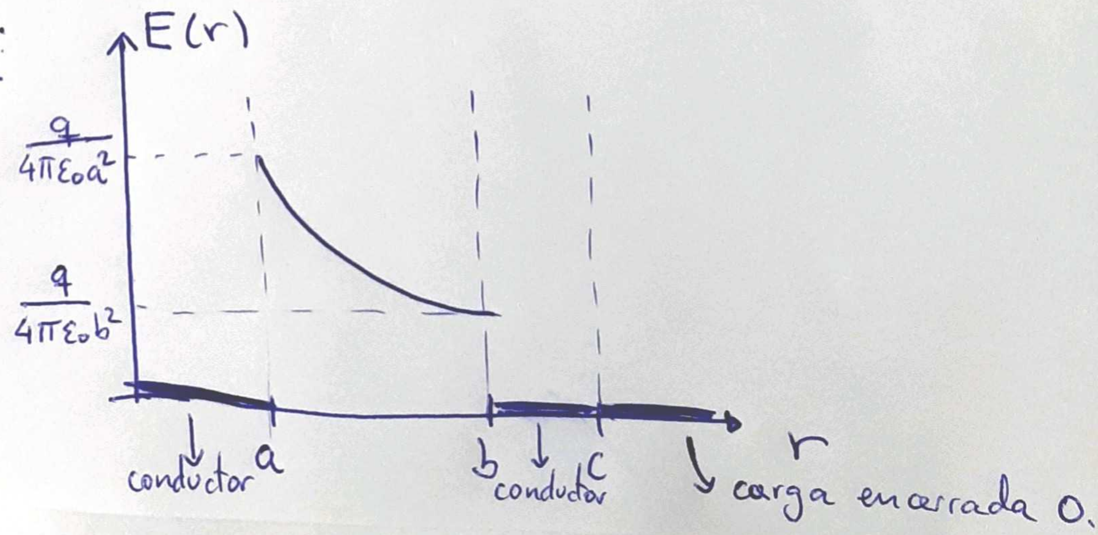
La carga encerrada es $Q_{enc} = q + (-q) = 0$

La Ley de Gauss dice que

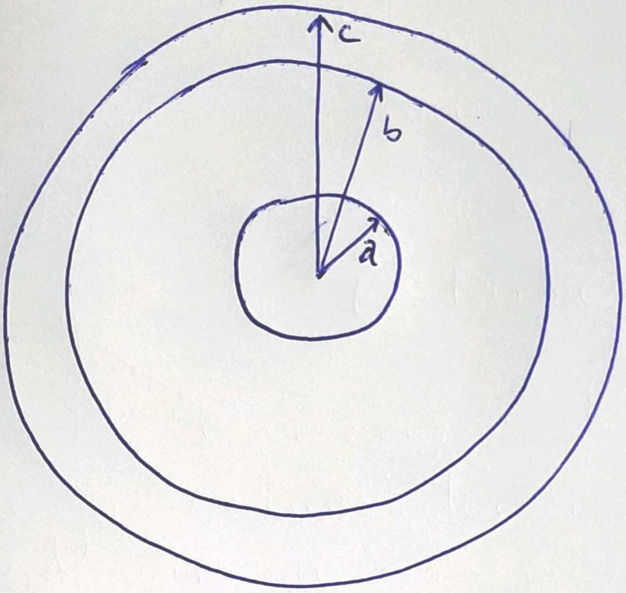
$$\Phi_E = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} \Rightarrow \underline{E(r)\,4\pi r^2 = 0 \quad \text{para } r > c}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} E(r) = 0 \quad \text{para} \\ \vec{E} = 0 \quad \text{para} \end{array} \quad r > c}$$

En resumen:



Distribución de cargas



En sup $r=a$

$\Rightarrow$ Como $E=0$ dentro del conductor, la carga encerrada por cualquier sup gaussiana interna es 0

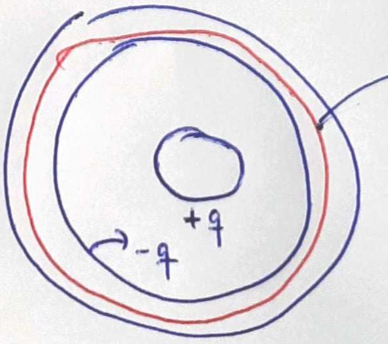
$\Rightarrow$ Toda la carga q está en la superficie

En $r=a \Rightarrow$ carga q

Distribución superficial de cargas $\Rightarrow$ $\boxed{\sigma_a = \dfrac{q}{4\pi a^2}}$

Entre $b<r<c$, el flujo es 0 porque el campo es 0. Tomando una sup gaussiana esférica de radio r, entre $[b,c]$, la carga encerrada debe ser nula para satisfacer la ley de Gauss.

Por lo tanto, como la superficie en $r=a$ tiene carga q, la superficie en $r=b$ debe tener carga $-q$.



$\rightarrow$ $Q_{enc}=0$ porque $\Phi_E=0$

$\boxed{\sigma_b = \dfrac{-q}{4\pi b^2}}$

$\hookrightarrow$ densidad sup de carga

Finalmente, como la carga del cascarón esférico es $-q$ y esta se distribuye en la superficie de radio b, la superficie de radio c no está cargada.

$$\boxed{\sigma_c = 0}$$