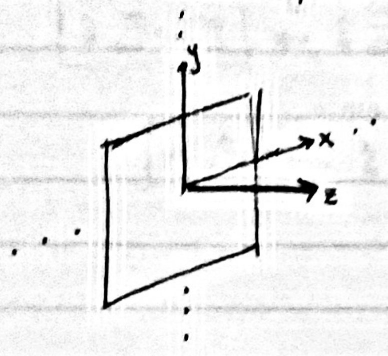
EJERCICIO 7 - PRÁCTICO 2

* Vamos a calcular primero el campo de 1 placa de densidad de carga σ:



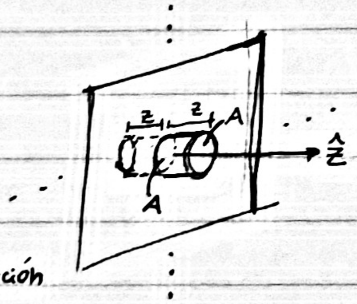
Cuál es la simetría del problema?

Sobre el plano xy no hay dirección preferencial (la distribución de carga es la misma hacia todos lados). Entonces el módulo del campo no va a depender de x o de y. Además, el campo sólo va a tener componente en la dirección $\hat{z}$:

$$\vec{E} = E(z)\,\hat{z}$$

Aplicamos la ley de Gauss

Tomamos una superficie cerrada cilíndrica C, con el eje perpendicular al plano, base de área A, y centrado en $z = 0$. Aplicamos la ley de Gauss:



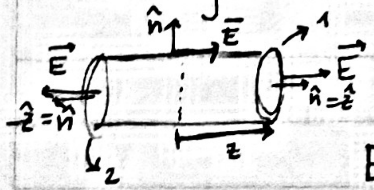
$$\oint_C \vec{E}\cdot\hat{n}\,da = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

La carga encerrada es σ por el área de la porción de plano que encierra el cilindro:

$$Q = \sigma A$$

Por otro lado: $\oint_C \vec{E}\cdot\hat{n}\,da = \int_{lado} \vec{E}\cdot\hat{n}\,da + \int_{tapas} \vec{E}\cdot\hat{n}\,da$

La integral en el lado es 0 porque $\hat{n}$ es perpendicular a $\vec{E}$. En las tapas



$$\int_{tapas} \vec{E}\cdot\hat{n}\,da = \int_1 E(z)\,\hat{z}\cdot\hat{z}\,da + \int_2 (-E(z)\,\hat{z})\cdot(-\hat{z})\,da$$

↳ porque por simetría $E(-z) = -E(z)$

El módulo del campo es constante en las tapas, entonces

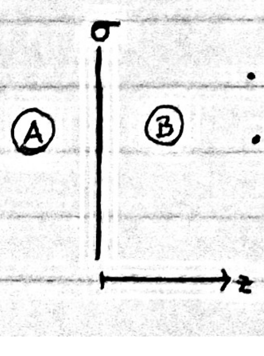
$$\int_{tapas} \vec{E}\cdot\hat{n}\,da = E(z)\int_1 da + E(z)\int_2 da = 2A\,E(z)$$

Tenemos entonces

$$2A\,E(z) = \sigma A/\varepsilon_0 \Longrightarrow E(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$ (aquí $z>0$ es la coordenada de la tapa 1)

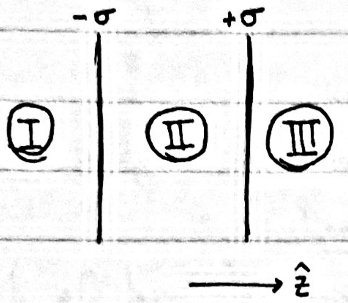
y finalmente

$$\boxed{\vec{E} = \begin{cases} \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\hat{z} & \text{si } z>0 \\ -\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\hat{z} & \text{si } z<0 \end{cases}}$$ ⟶ módulo es constante en todo el espacio



- En la región A (a la izq.) el campo es constante, $\vec{E} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}$
- En B (derecha), el campo es cte. y en la dirección opuesta $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}$

* Para obtener el campo de dos placas, usamos el principio de superposición



a) En I, a la izq. de las dos placas:

$$\vec{E}_{+\sigma} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z} \;;\quad \vec{E}_{-\sigma} = -\frac{(-\sigma)}{2\varepsilon_0}\hat{z} \Longrightarrow \boxed{\vec{E} = 0}$$

b) En II estamos a la izq. de $+\sigma$ y derecha de $-\sigma$:

$$\vec{E}_{+\sigma} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z} \;;\quad \vec{E}_{-\sigma} = \frac{(-\sigma)}{2\varepsilon_0}\hat{z} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{z}}$$

c) En III, a la derecha de las dos

$$\vec{E}_{+\sigma} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z} \;;\quad \vec{E}_{-\sigma} = \frac{(-\sigma)}{2\varepsilon_0}\hat{z} \Longrightarrow \boxed{\vec{E} = 0}$$