

MODELADO DE LA MAQUINA SINCRONA PARA ESTUDIOS DE ESTABILIDAD

Parte 2

Aplicación al régimen estacionario balanceado

Aplicación al régimen transitorio y subtransitorio balanceado

Métodos fasoriales y circuitos equivalentes

Parámetros operacionales

Ecuaciones de Park

$$v_d = -L_d \frac{di_d}{dt} + L_{afd} \cdot \frac{di_{fd}}{dt} + L_{akd} \cdot \frac{di_{kd}}{dt} - r_s \cdot i_d + w \cdot L_q \cdot i_q - w \cdot L_{akq} \cdot i_{kq}$$

$$v_q = -L_q \frac{di_q}{dt} + L_{akq} \cdot \frac{di_{kq}}{dt} - r_s \cdot i_q - w \cdot L_d \cdot i_d + w \cdot L_{afd} \cdot i_{fd} + w \cdot L_{akd} \cdot i_{kd}$$

$$v_0 = -L_0 \cdot \frac{di_0}{dt} - r_s \cdot i_0$$

$$v_{fd} = -\frac{3}{2} \cdot L_{afd} \frac{di_d}{dt} + L_{fdfd} \cdot \frac{di_{fd}}{dt} + L_{fdkd} \cdot \frac{di_{kd}}{dt} + r_{fd} \cdot i_{fd}$$

$$0 = -\frac{3}{2} \cdot L_{akd} \frac{di_d}{dt} + L_{fdkd} \cdot \frac{di_{fd}}{dt} + L_{kdkd} \cdot \frac{di_{kd}}{dt} + r_{kd} \cdot i_{kd}$$

$$0 = -\frac{3}{2} \cdot L_{akq} \frac{di_q}{dt} + L_{kqkq} \cdot \frac{di_{kq}}{dt} + r_{kq} \cdot i_{kq}$$

Régimen estacionario balanceado

A) En vacío

$$i_s = i_{sp} = [0] \quad v_{fd} = V_{fd} = \text{constante}$$

Ecuaciones del rotor:

$$V_{fd} = r_{fd} \cdot i_{fd}$$

$$i_{kd} = i_{kq} = 0$$

Ecuaciones del estator :

$$v_q = w \cdot L_{afd} \cdot i_{fd} = w \cdot L_{afd} \cdot V_{fd} / r_{fd}$$

$$v_d = v_0 = 0$$

Aplicando transformada inversa de Park:

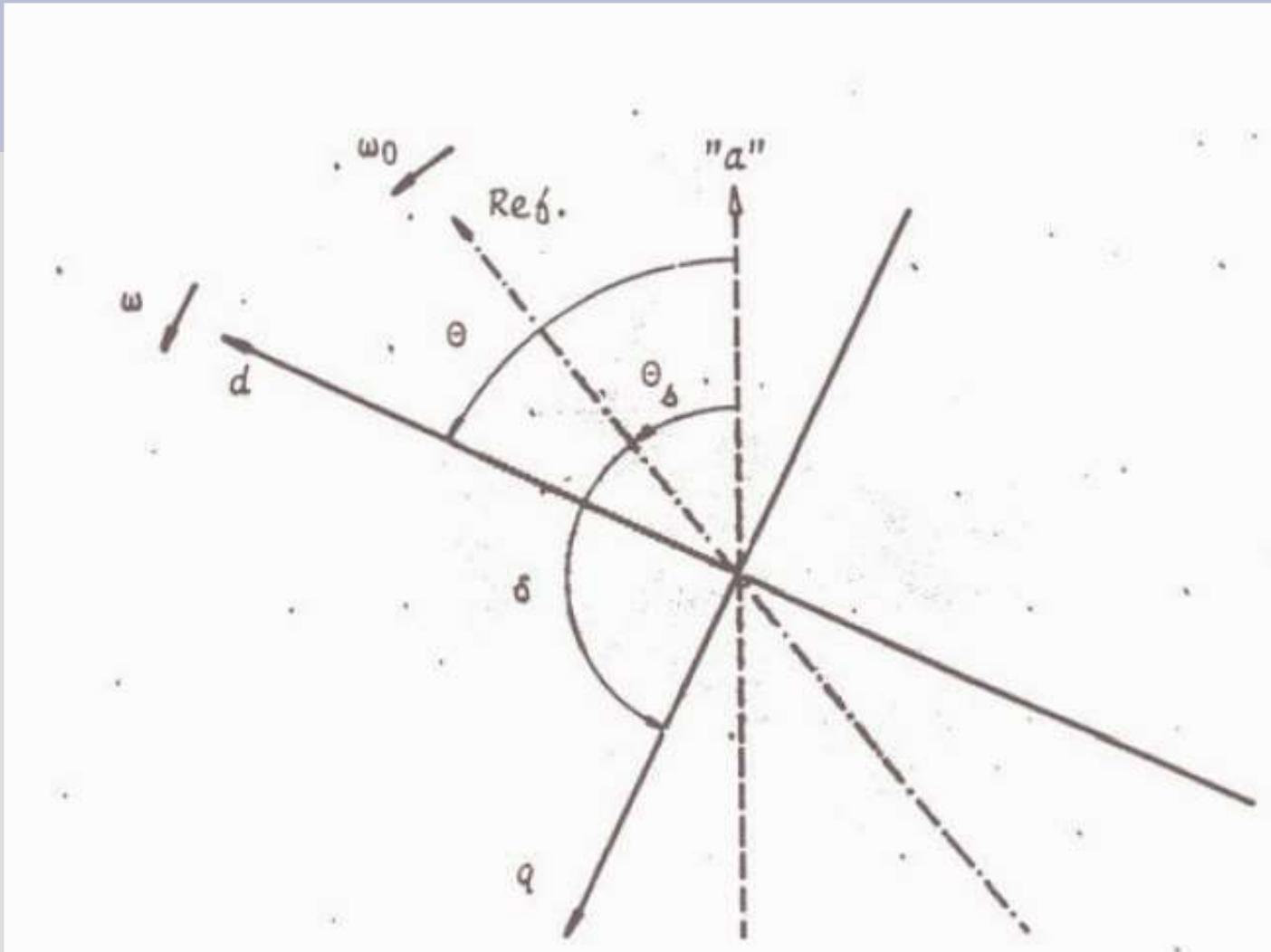
$$v_s = t_p^{-1} \cdot v_{sp} \Rightarrow$$

$$v_a = -\text{sen}\theta \cdot w \cdot L_{afd} \cdot V_{fd} / r_{fd}$$

$$v_b = -\text{sen}(\theta - 120) \cdot w \cdot L_{afd} \cdot V_{fd} / r_{fd}$$

$$v_c = -\text{sen}(\theta + 120) \cdot w \cdot L_{afd} \cdot V_{fd} / r_{fd}$$

Respecto a una máquina común de referencia girando a velocidad nominal:



$$\theta = \omega_0 \cdot t + \delta - 90 = \omega \cdot t + \delta - 90$$

($\omega = \omega_0$ en régimen)

$$v_a = \sqrt{2} \cdot E_1 \cdot \cos(\omega \cdot t + \delta)$$

$$v_b = \sqrt{2} \cdot E_1 \cdot \cos(\omega \cdot t + \delta - 120)$$

$$v_c = \sqrt{2} \cdot E_1 \cdot \cos(\omega \cdot t + \delta + 120)$$

(Terna de tensiones balanceadas de secuencia positiva)

$$E_1 = 1/\sqrt{2} \cdot \omega \cdot L_{afd} \cdot i_{fd}$$

(Tensión proporcional a la corriente de campo)

B) En carga

Si Φ es el ángulo de fase de la corriente respecto al eje "q":

$$i_a = \sqrt{2} \cdot I_1 \cdot \cos(\omega t + \delta + \Phi)$$

$$i_b = \sqrt{2} \cdot I_1 \cdot \cos(\omega t + \delta - 120 + \Phi)$$

$$i_c = \sqrt{2} \cdot I_1 \cdot \cos(\omega t + \delta + 120 + \Phi)$$

$$I = I_1 \cdot \exp(j(\delta + \Phi))$$

(fasor corriente eficaz de la fase "a")

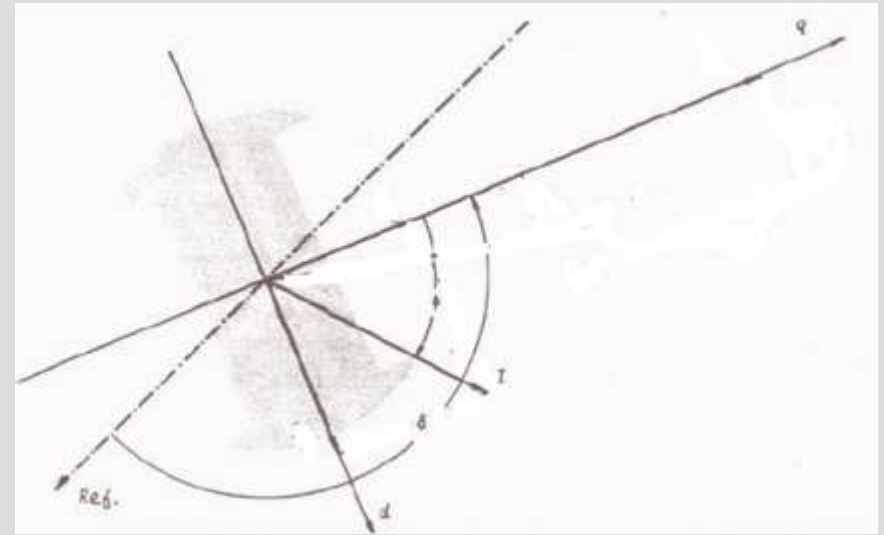
$$V_{fd} = r_{fd} \cdot i_{fd} \quad i_{kd} = i_{kq} = 0$$

Aplicando transformada de Park:

$$i_d = -\sqrt{2} \cdot I_1 \cdot \sin \Phi$$

$$i_q = \sqrt{2} \cdot I_1 \cdot \cos \Phi$$

$$i_0 = 0$$



Las ecuaciones de Park quedan:

$$V_d = -r_s \cdot i_d + X_q \cdot i_q$$

$$V_q = -r_s \cdot i_q - X_d \cdot i_d + w \cdot L_{afd} \cdot i_{fd} = -r_s \cdot i_q - X_d \cdot i_d + \sqrt{2} \cdot E_f$$

$$V_0 = 0$$

$X_d = w \cdot L_d$ (reactancia sincrónica de eje directo)

$X_q = w \cdot L_q$ (reactancia sincrónica de eje en cuadratura)

Aplicando transformada inversa de Park, se verifica que las tensiones forman un sistema balanceado de secuencia positiva

$$V_a = V_d \cdot \cos \theta - V_q \cdot \sen \theta$$

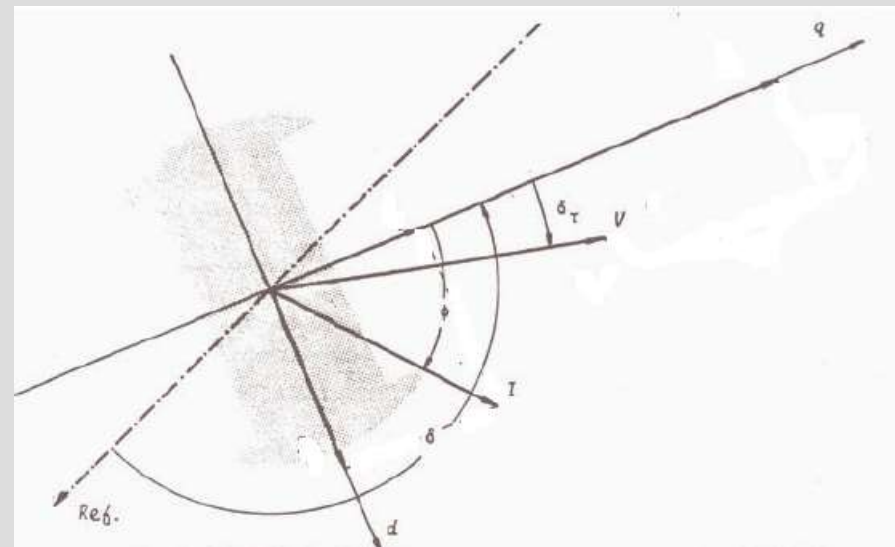
$$V_b = V_d \cdot \cos (\theta - 120) - V_q \cdot \sen(\theta - 120)$$

$$V_c = V_d \cdot \cos (\theta + 120) - V_q \cdot \sen(\theta + 120)$$

y, por lo tanto, pueden representarse en forma fasorial en cada fase:

$$V = V_1 \cdot \exp(j (\delta + \delta\tau))$$

(fasor voltaje eficaz de la fase "a")



Métodos fasoriales

$$\theta = \omega t + \delta - 90$$

Se definen los siguientes fasores adicionales:

a) Proyecciones del fasor I sobre los ejes d y q :

$$I_d = i_d / \sqrt{2} \cdot \exp(j(\delta - 90))$$

$$I_q = i_q / \sqrt{2} \cdot \exp(j\delta)$$

$$I_q + I_d = I$$

b) Fem de la máquina:

$$\text{Fasor } E_1 = E_1 \cdot \exp(j\delta)$$

(“Voltaje proporcional a la corriente de campo”, fasor sobre el eje “q”)

Con estas definiciones resulta:

$$E_1 = V + r_s \cdot I + j \cdot X_d \cdot I_d + j \cdot X_q \cdot I_q$$

$$E_l = V + r_s \cdot I + j \cdot X_d \cdot I_d + j \cdot X_q \cdot I_q \Rightarrow$$

$$E_l = V + r_s \cdot I + j \cdot X_q \cdot I + j \cdot (X_d - X_q) \cdot I_d \Rightarrow$$

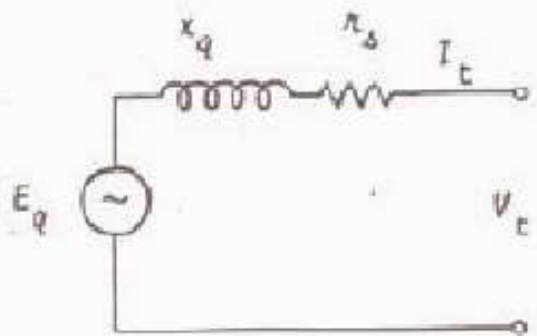
$$E_l - j \cdot (X_d - X_q) \cdot I_d = V + r_s \cdot I + j \cdot X_q \cdot I$$

Se define:

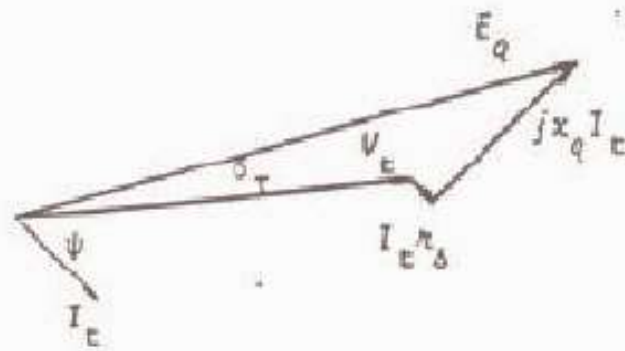
$$E_q = E_l - j \cdot (X_d - X_q) \cdot I_d$$

(Tensión atrás de la reactancia transitoria de eje en cuadratura, fasor sobre el eje "q") \Rightarrow

$$E_q = V + r_s \cdot I + j \cdot X_q \cdot I$$



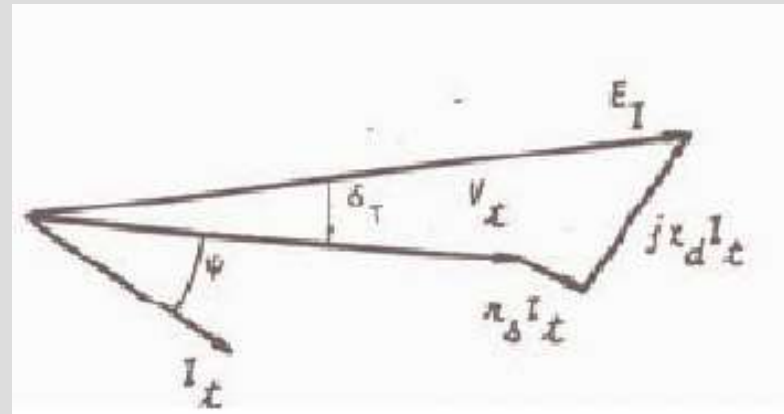
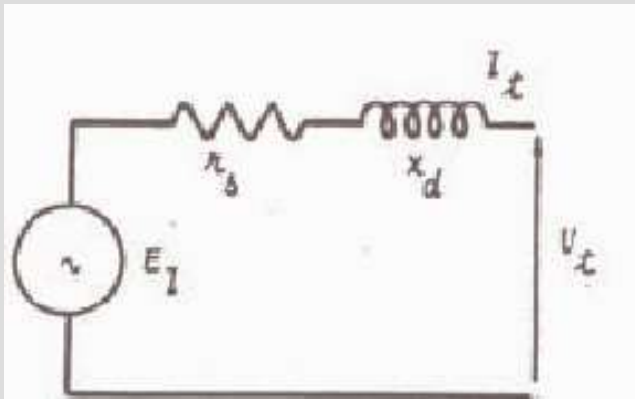
$$E_q = V_c + (r_s + jx_q)I_c$$



Máquina de rotor liso

$$X_d = X_q \Rightarrow$$

$$\text{Modelo fasorial: } V = E_1 - (r_s + j \cdot X_d) \cdot I$$



Régimen transitorio balanceado aproximado

Hipótesis simplificatorias:

- No se consideran los arrollamientos amortiguadores
- A los efectos del cálculo de reactancias y aplicación del método fasorial se considera $\omega = \text{constante} = \omega$ de régimen
- Se asume $d\psi_d / dt \cong 0$ $d\psi_q / dt \cong 0$

Las ecuaciones de Park quedan:

$$v_d = -\omega \cdot \psi_q - r_s \cdot i_d$$

$$v_q = \omega \cdot \psi_d - r_s \cdot i_q$$

$$v_{fd} = d\psi_{fd} / dt + r_{fd} \cdot i_{fd}$$

$$\psi_d = -L_d \cdot i_d + L_{afd} \cdot i_{fd}$$

$$\psi_q = -L_q \cdot i_q$$

$$\psi_{fd} = -\frac{3}{2} \cdot L_{afd} \cdot i_d + L_{fdfd} \cdot i_{fd}$$

Eliminando i_{fd} entre la última y antepenúltima ecuación:

$$\psi_d = -L'_d i_d + L_{afd} / L_{fdfd} \cdot \psi_{fd},$$

con $L'_d = L_d - \frac{3}{2} \cdot L_{afd}^2 / L_{fdfd}$ ("inductancia transitoria de eje directo")

Se definen:

$$E'_{q} = w \cdot L_{afd} / L_{fd} \cdot \psi_{fd} / \sqrt{2}$$

("voltaje proporcional a los enlaces de flujo de campo")

$$x'_{d} = w \cdot L'_{d} \text{ ("reactancia transitoria de eje directo")}$$

Resulta:

$$v_{d} = -r_{s} \cdot i_{d} + x_{q} \cdot i_{q}$$

$$v_{q} = \sqrt{2} \cdot E'_{q} - x'_{d} \cdot i_{d} - r_{s} \cdot i_{q}$$

(Formalmente similares a las de régimen, cambiando x_{d} por x'_{d} y E_{l} por E'_{q})

Se definen:

$T'_{d0} = L_{fd} / r_{fd}$ ("Constante de tiempo transitoria de eje directo, a circuito abierto")

$E_{fd} = (w \cdot L_{afd}) / (r_{fd} \cdot \sqrt{2}) \cdot V_{fd}$ ("Voltaje proporcional al voltaje de campo")

Resulta: $dE'_{q} / dt = (E_{fd} - E_{l}) / T'_{d0}$

Síntesis:

$$V_d = -r_s \cdot i_d + X_q \cdot i_q$$

$$V_q = \sqrt{2} \cdot E'_q - X'_d \cdot i_d - r_s \cdot i_q$$

$$dE'_q / dt = (E_{fd} - E_l) / T'_{d0}$$

(Caso particular: en régimen $E_{fd} = E_l$, y E'_q es constante)

Comentario:

La única ecuación diferencial que “sobrevive” permite:

- establecer fácilmente condiciones de continuidad durante perturbaciones (continuidad de ψ_{fd} a través de E'_q)
- introducir el efecto del regulador de tensión (a través de E_{fd})

Métodos fasoriales

Con un desarrollo análogo al de régimen, y suponiendo $\omega \approx \text{constante}$:

$$E'_q = V + r_s \cdot I + j \cdot X'_d \cdot I_d + j \cdot X_q \cdot I_q$$

-Al igual que en el caso de régimen, el ángulo de fase de E'_q respecto al eje sincrónico de referencia es también el ángulo " δ " del eje "q" de la máquina respecto a ese eje

-Los fasores van cambiando a lo largo del tiempo

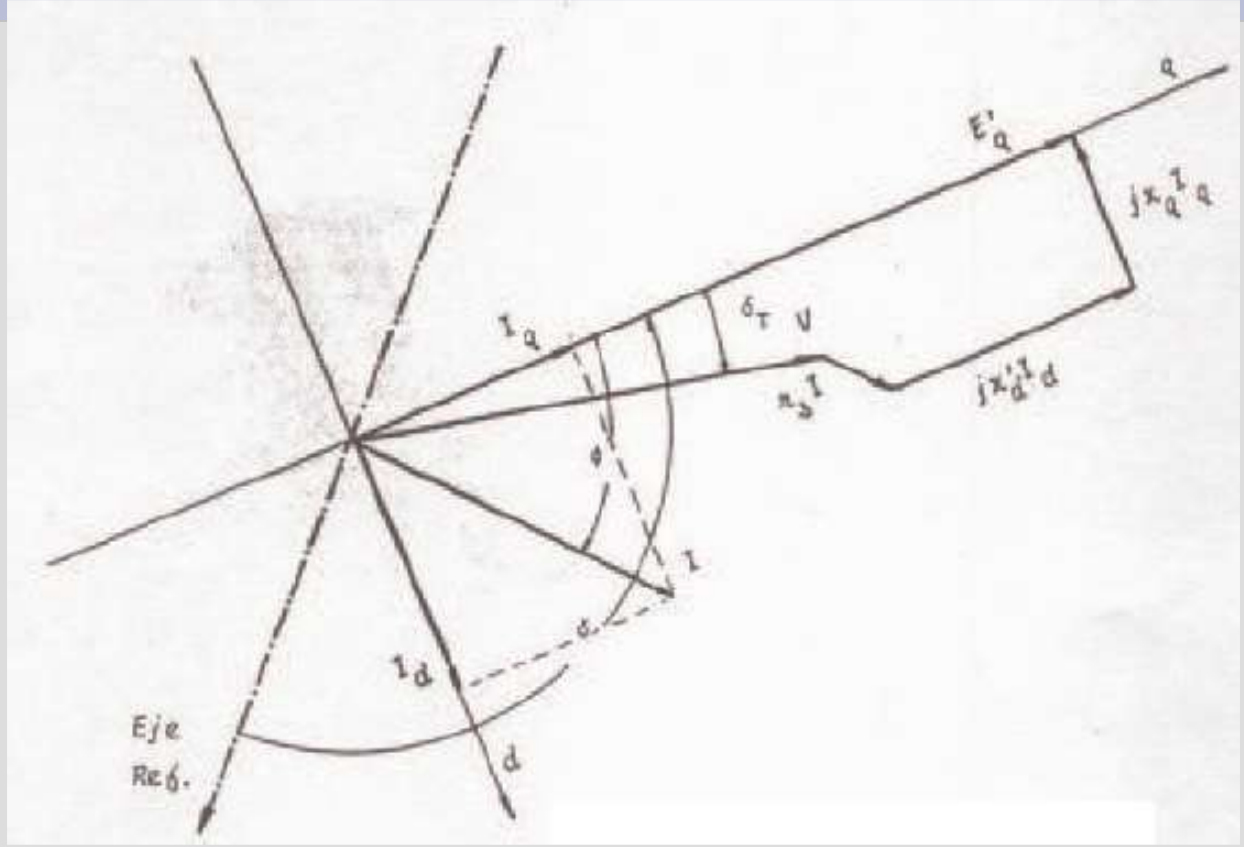
Para cálculos simplificados, en la literatura también aparece:

$$E' = E'_q - j \cdot (X_q - X'_d) I_q \text{ ("Voltaje atrás de la reactancia transitoria de eje directo")}$$

\Rightarrow

$$E' = V + r_s \cdot I + j \cdot X'_d \cdot I$$

-El ángulo de fase de E' respecto al eje de referencia es sólo
aproximadamente " δ "



Régimen sub transitorio balanceado aproximado

Hipótesis simplificatorias:

- A los efectos del cálculo de reactancias y aplicación del método fasorial se considera $\omega = \text{constante} = \omega$ de régimen.
- Se asume $d\psi_d / dt \cong 0$ $d\psi_q / dt \cong 0$
- Ahora sí se consideran los arrollamientos amortiguadores

Se hace un desarrollo análogo al del régimen transitorio:

- a) Se manipulan las ecuaciones flujo-corriente de eje “d”, eliminando i_{fd} , i_{kd} , y obteniendo una expresión del tipo:

$$\psi_d = -L''_d i_d + K1 \cdot \psi_{fd} + K2 \cdot \psi_{Kd}$$

- b) Se manipulan las ecuaciones diferenciales del rotor de eje “d”, haciendo aparecer “fem” convenientes (proporcionales a ψ_{fd} y ψ_{Kd}) y constantes de tiempo asociadas a los devanados del eje “d”.

- c) Se hacen desarrollos análogos en el eje “q”

Aparece así :

-Un nuevo juego de reactancias de Park : reactancias subtransitorias x''_d y x''_q

-Un nuevo juego de constantes de tiempo a circuito abierto, asociadas a la dinámica de los devanados amortiguadores: T''_{d0} y T''_{q0} .

Comentario:

En las tablas de datos de los generadores síncronos se incluyen habitualmente también las constantes de tiempo en cortocircuito T'_d , T''_d , T''_q , que verifican:

$$L'_d = L_d \cdot T'_d / T'_{d0} \quad L''_d = L_d \cdot T'_d \cdot T''_d / (T'_{d0} \cdot T''_{d0})$$

$$L''_q = L_q \cdot T''_q / T''_{q0}$$

(Ver detalles en los apuntes)

Máquina de rotor liso en régimen transitorio

Si la máquina es de rotor liso, es habitual modelarla con dos devanados amortiguadores (reales o ficticios) en el eje en cuadratura, con constantes de tiempo bastante distintas entre sí.

Aparece así :

-un segundo juego de constantes de tiempo transitorias T'_{q} , T'_{q0}

- una inductancia transitoria L'_{q} asociada al devanado amortiguador de constantes de tiempo más grandes.

Parámetros operacionales de la máquina síncrona

Se pretende obtener una expresión general en el dominio de Laplace que “incluya” a todas las inductancias de la máquina definidas para los diversos regímenes estudiados.

A) Parámetros operacionales de eje directo

Las ecuaciones de eje directo del rotor en el dominio de Laplace (en forma incremental respecto a las condiciones de régimen en $t=0$) son:

$$\Delta v_{fd}(s) = s \cdot \Delta \psi_{fd}(s) + r_{fd} \cdot \Delta i_{fd}(s)$$
$$0 = s \cdot \Delta \psi_{kd}(s) + r_{kd} \cdot \Delta i_{kd}(s)$$

siendo:

$$\Delta \psi_d(s) = -L_d \cdot \Delta i_d(s) + L_{afd} \cdot \Delta i_{fd}(s) + L_{akd} \cdot \Delta i_{kd}(s)$$
$$\Delta \psi_{fd}(s) = -\frac{3}{2} \cdot L_{afd} \cdot \Delta i_d(s) + L_{fdfd} \cdot \Delta i_{fd}(s) + L_{fdkd} \cdot \Delta i_{kd}(s)$$
$$\Delta \psi_{kd}(s) = -\frac{3}{2} \cdot L_{akd} \cdot \Delta i_d(s) + L_{fdkd} \cdot \Delta i_{fd}(s) + L_{kdkd} \cdot \Delta i_{kd}(s)$$

(en estas expresiones para cada variable “m” se define: $\Delta m(t) = m(t) - m(0)$)

Manipulando las ecuaciones (Ver apuntes):

$$\Delta \Psi_d (s) = G(s) \Delta v_{fd} (s) - L_d (s) \cdot \Delta i_d (s)$$

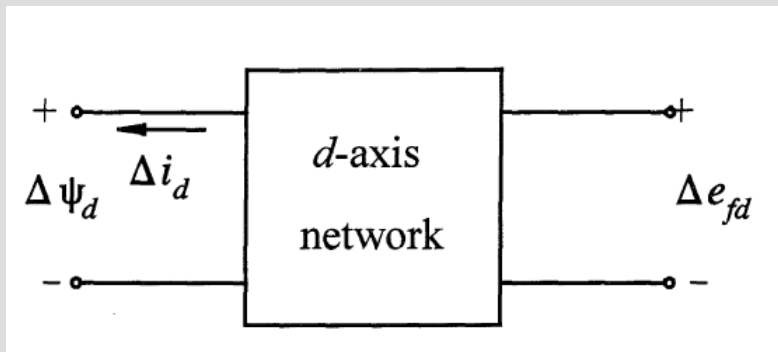
siendo $L_d (s)$ la “inductancia operacional de eje directo”

Realizando explícitamente las operaciones, se obtiene que $L_d (s)$ es de la forma:

$$L_d (s) = L_d \cdot (1 + s \cdot T'_{d0}) / (1 + s \cdot T'_{d0}) \cdot (1 + s \cdot T''_{d0}) / (1 + s \cdot T''_{d0})$$

T'_{d0}, T''_{d0} : Constantes de tiempo de eje directo a circuito abierto (transitoria y subtransitoria) (T'_{d0} coincide con la ya definida anteriormente al estudiar el régimen transitorio balanceado)

T'_d, T''_d : Constantes de tiempo de eje directo en cortocircuito (transitoria y subtransitoria)



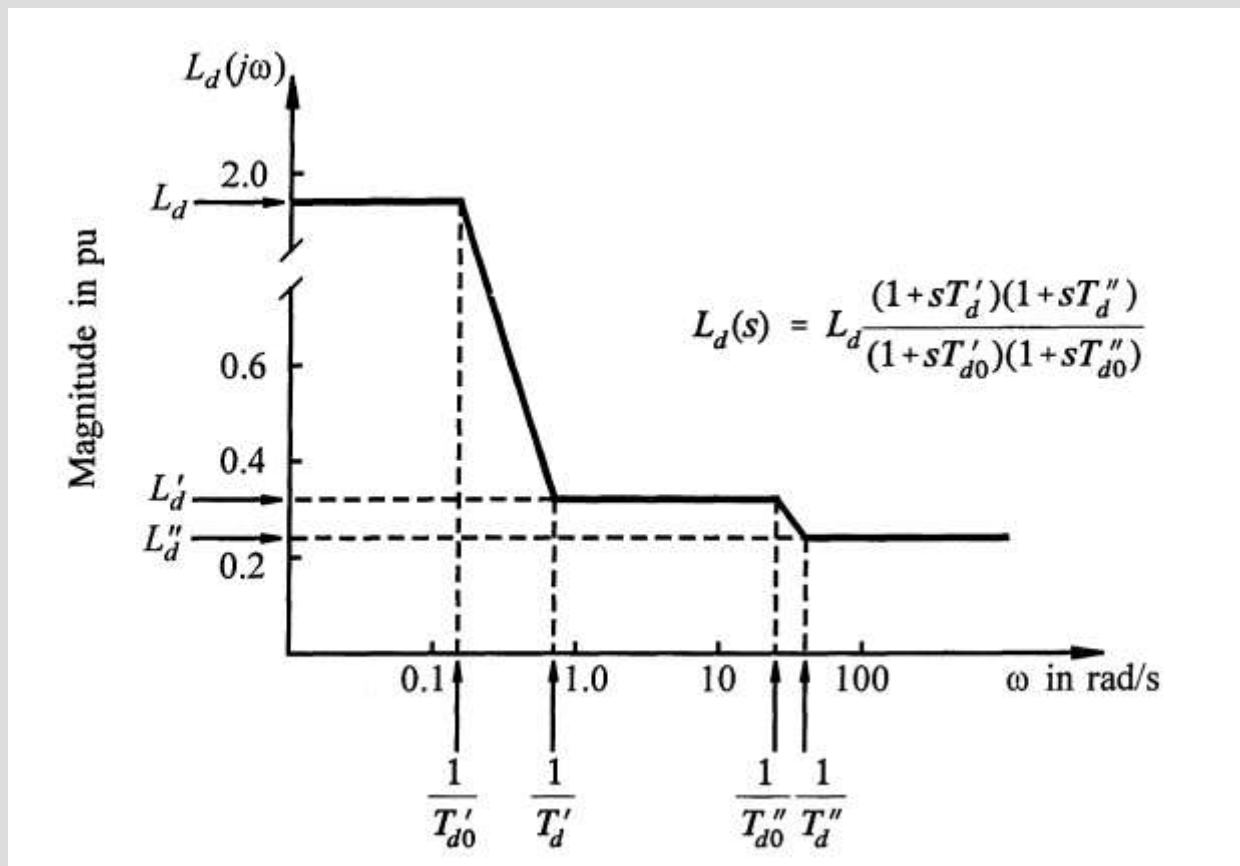
Se puede verificar que:

$$|L_d(j\omega=0)| = L_d$$

$$|L_d(j\omega=\infty)| = L''_d = L_d T'_d \cdot T''_d / (T'_{d0} \cdot T''_{d0})$$

$|L_d(j\omega=\infty)| = L'_d = L_d T'_d / T'_{d0}$ si la máquina no tuviese devanados amortiguadores.

(L'_d coincide con la ya definida anteriormente al estudiar el régimen transitorio balanceado)



B) Parámetros operacionales de eje en cuadratura

Con un desarrollo análogo:

$\Delta\psi_q(s) = -L_q(s) \cdot \Delta i_q(s)$, siendo $L_q(s)$ la “inductancia operacional de eje en cuadratura”.

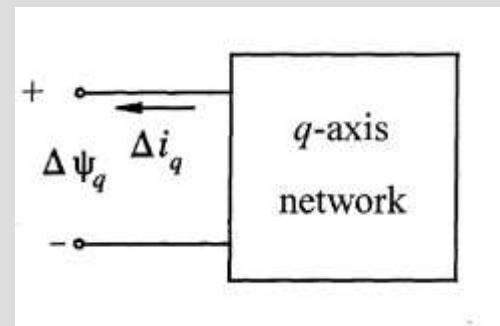
$$L_q(s) = L_q \cdot (1 + s \cdot T''_q) / (1 + s \cdot T''_{q0})$$

Se puede verificar que:

$$|L_q(j\omega=0)| = L_q$$

$$|L_q(j\omega=\infty)| = L''_q$$

$|L_q(j\omega=\infty)| = L_q$ si la máquina no tuviese devanados amortiguadores.



Observación

Si la máquina es de rotor liso, es habitual modelarla con 2 devanados amortiguadores (reales o ficticios) en el eje en cuadratura, con constantes de tiempo bastante distintas entre sí. En tal caso, la inductancia operacional de eje en cuadratura pasa a ser formalmente similar a la de eje directo:

Aparece un segundo juego de constantes de tiempo T'_q, T'_{q0} y una inductancia transitoria L'_q asociada al devanado amortiguador de constantes de tiempo más grandes.

Interpretación habitual de las reactancias de Park:

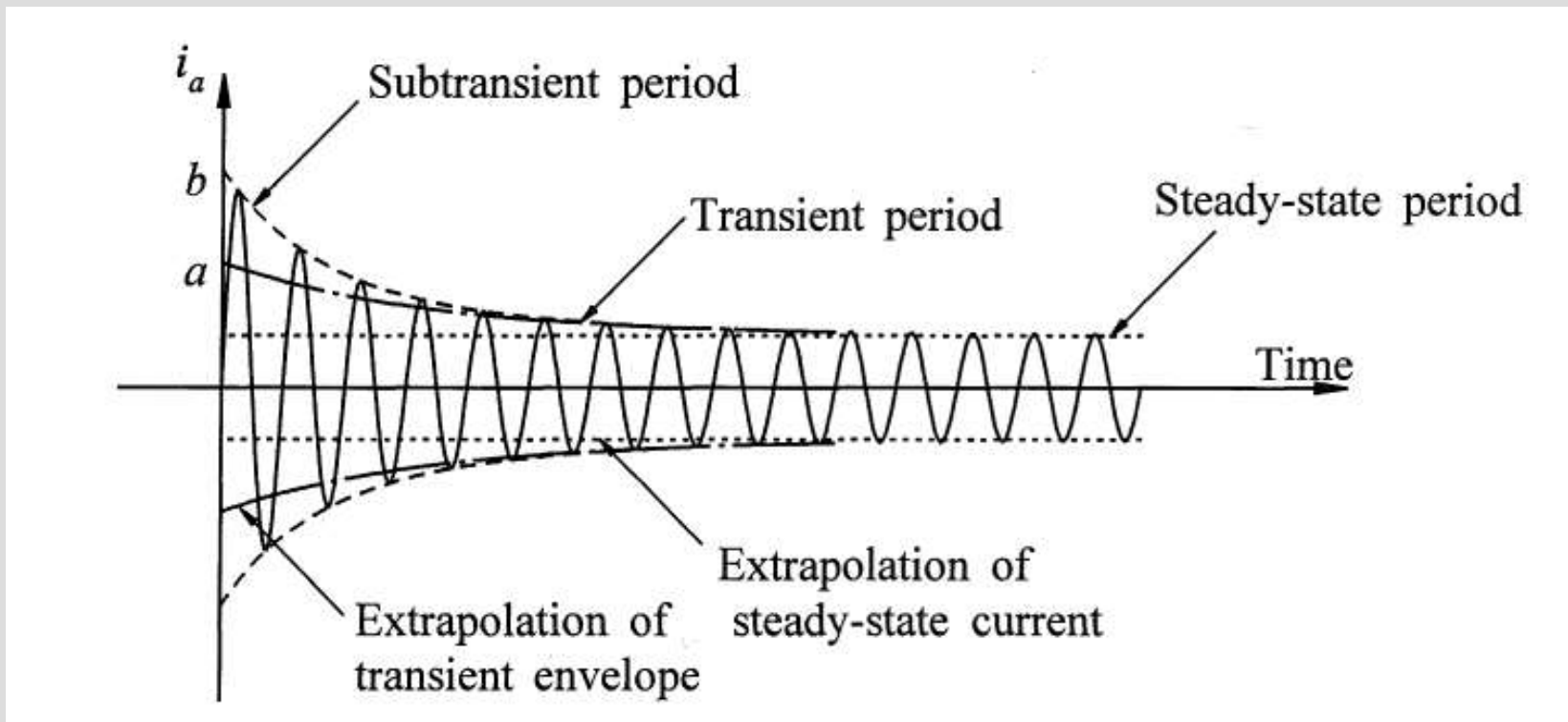
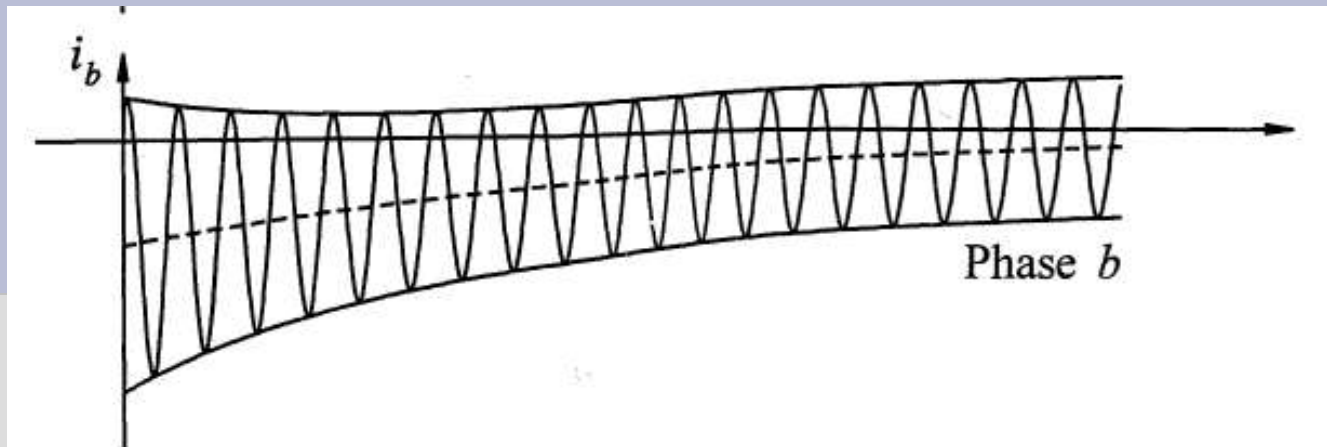
Si se aplica un cortocircuito trifásico en bornes de una máquina síncrona, y se observa el andamiento de la corriente:

-la componente subtransitoria se amortigua en 3 o 4 ciclos

-la componente de continua decae en 8 a 10 ciclos

-la componente transitoria se amortigua con constante de tiempo 1 a 3 seg

-el valor de régimen se alcanza a los 8 a 10 seg.



DATOS DE GENERADORES

ALSTHOM-JEUMONT VG40-125	UNIDADES	
Estación		TERRA
Nro. de unidades		2
Voltaje Nominal	KV	13.8
Velocidad nominal	rpm	125
Grupo		3, 4
Tipo		HIDRAULICA
S Nominal	MVA	40
P Nominal	MW	38
Q máxima (para P = mínima técnica)	MVAR	-36, +28
Ra (resistencia de armadura)	ohm	
Xd (reactancia síncrona directa)	pu	0.915
Xq (reactancia síncrona en cuadratura)	pu	0.567
X'd (reactancia transitoria directa)	pu	0.3
X'q (reactancia transitoria en cuadratura)	pu	
Xp (reactancia de Polier)	pu	
T'd (cte. de tiempo transitoria en el eje d)	seg.	1.48
T'q (cte. de tiempo transitoria en el eje q)	seg.	
T''d (cte. de tiempo subtransitoria en el eje d)	seg.	
T''q (cte. de tiempo subtransitoria en el eje q)	seg.	
T'do (cte. de tiempo transitoria en el eje d / circuito abierto)	seg.	4.5
T'qo (cte. de tiempo transitoria en el eje q / circuito abierto)	seg.	
X2 (reactancia de secuencia inversa)	pu	0.258
Xo (reactancia homopolar)	pu	0.108
X''d (reactancia subtransitoria directa)	pu	0.212
X''q (reactancia subtransitoria en cuadratura)	pu	0.313
T'qo (cte. de tiempo subtransitoria en el eje q / circuito abierto)	seg.	0.042
T''do (cte. de tiempo subtransitoria en el eje d / circuito abierto)	seg.	0.038
RCC (relación de corto-circuito)		1.3
Momento de inercia del ac generador	ton.m2	1510
Mínimo momento de inercia de la combinación turbina-ac generador	ton.m2	1567
H (cte. de inercia del ac generador)	KW.s/KVA	3.234
Constante de inercia de la combinación turbina-ac generador	KW.s/KVA	3.356
Zn (impedancia de puesta a tierra)	ohm	1150
Rf (resistencia del bobinado inductor)	ohm	0.333
Tipo de sistema de excitación		Estática
Arrollamiento amortiguador (si,no)		si
Potencia Mínima Técnica	MW	15
Potencia Máxima Técnica	MW	36
Fecha de información		9/95

Potencia Base(MVA) = 40