



Modelo y Análisis de Ruido en Circuitos

PABLO AGUIRRE

INSTITUTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

FACULTAD DE INGENIERÍA - UDELAR

- Objetivos
- Definición de Ruido
- Procesos Aleatorios
- Fuentes de Ruido
- Ruido Equivalente a la Entrada y Ancho de Banda Equivalente de Ruido
- Medidas de Performance de Ruido
- Ruido en Dispositivos: BJT y MOS
- Análisis de Ruido en Circuitos
- Resumen

Agenda

Objetivos

Definición de Ruido

Procesos Aleatorios

Fuentes de Ruido

Ruido Equivalente a la Entrada y Ancho de Banda Equivalente de Ruido

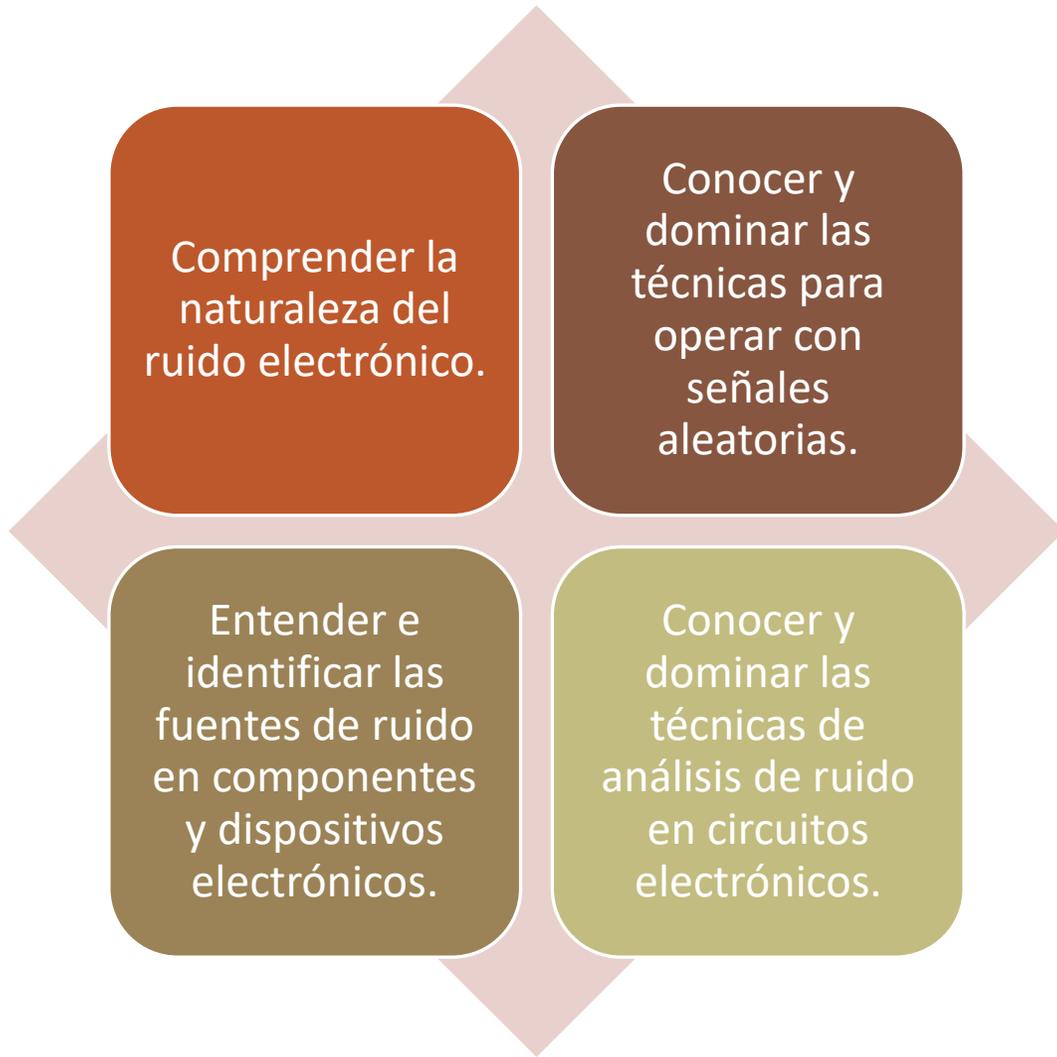
Medidas de Performance de Ruido

Ruido en Dispositivos: BJT y MOS

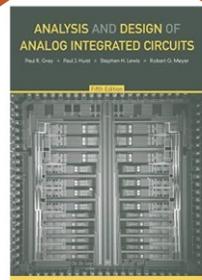
Análisis de Ruido en Circuitos

Resumen

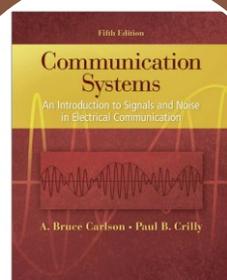
Agenda



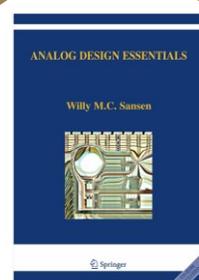
Objetivos



“Analysis and Design of Analog Integrated Circuits”, P. Gray, P. Hurst, S. Lewis, R. Meyer. 5th Ed. John Wiley & Sons. Capitulo 11.



“Communication Systemes” A. Carlson, P. Crilly, 5th Ed. Mc. Graw Hill. Capitulo 9.

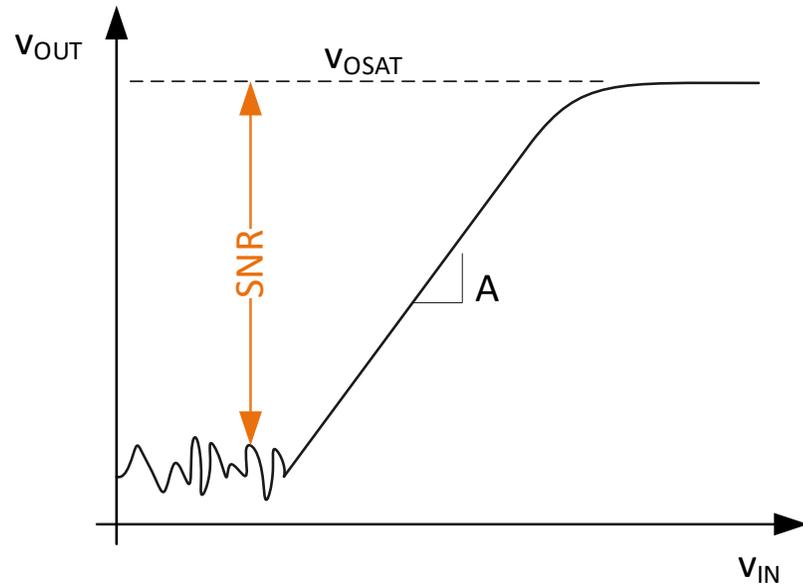
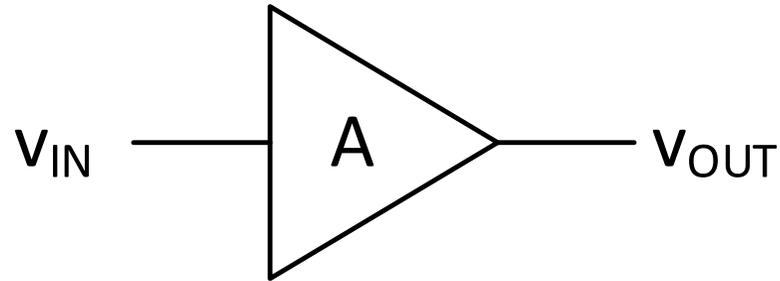


“Analog Design Essentials” W. Sansen, Springer. Capitulo 4

Bibliografía

- Objetivos
- Definición de Ruido**
- Procesos Aleatorios
- Fuentes de Ruido
- Ruido Equivalente a la Entrada y Ancho de Banda Equivalente de Ruido
- Medidas de Performance de Ruido
- Ruido en Dispositivos: BJT y MOS
- Análisis de Ruido en Circuitos
- Resumen

Agenda



Definición de Ruido

Por ruido nos referimos a las **fluctuaciones espontáneas** en las señales eléctricas (corriente y tensión) que **resultan de la propia física de los dispositivos y materiales** que componen nuestro sistema electrónico y de la naturaleza discreta de las cargas eléctricas.

Quedan fuera de la definición de ruido cualquier perturbación o interferencia causada por señales externas al circuito o dispositivo en cuestión.

Objetivos

Definición de Ruido

Procesos Aleatorios

Fuentes de Ruido

Ruido Equivalente a la Entrada y Ancho
de Banda Equivalente de Ruido

Medidas de Performance de Ruido

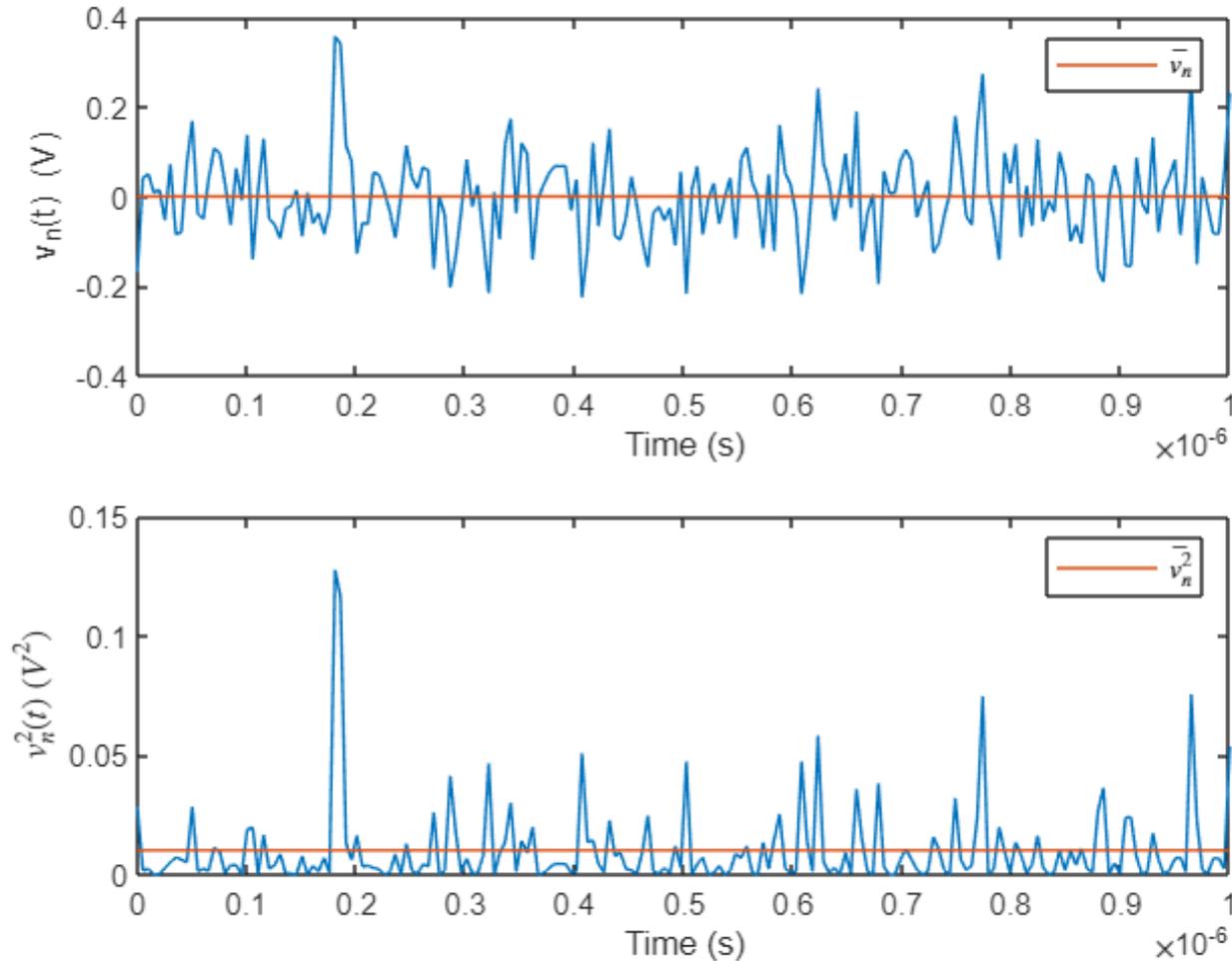
Ruido en Dispositivos: BJT y MOS

Análisis de Ruido en Circuitos

Resumen

Agenda

Ruido como Proceso Aleatorio



Procesos Aleatorios

Procesos aleatorios estacionarios en el sentido amplio (WSS: Wide-sense Stationary): Son aquellos cuyo valor medio es independiente del tiempo y su función de autocorrelación depende sólo de la diferencia del tiempo:

$$\begin{aligned}\overline{v(t)} &= E[v(t)] = m_v \\ R_v(t_1, t_2) &= E[v(t_1)v(t_2)] = R_v(t_1 - t_2)\end{aligned}$$

Tienen las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned}R_v(\tau) &\leq R_v(0) \\ R_v(-\tau) &= R_v(\tau) \\ R_v(0) &= E[v^2(t)] = \overline{v^2} = \sigma_v^2 + m_v^2\end{aligned}$$

El valor medio cuadrático $\overline{v^2}$ es la potencia promedio del proceso aleatorio:

$$P \stackrel{\text{def}}{=} R_v(0) = \overline{v^2}$$

En un proceso estacionario se puede definir la **Densidad Espectral de Potencia (PSD)** como la distribución de la potencia promedio P a lo largo del dominio de la frecuencia.

La PSD (S_v) es la transformada de Fourier de la autocorrelación:

$$S_v(f) = \mathcal{F}_\tau[R_v(\tau)] \triangleq \int_{-\infty}^{+\infty} R_v(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

Propiedades de $S_v(f)$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} S_v(f) df = R_v(0) = \overline{v^2} = P$$
$$S_v(f) \geq 0 \quad S_n(-f) = S_n(f)$$

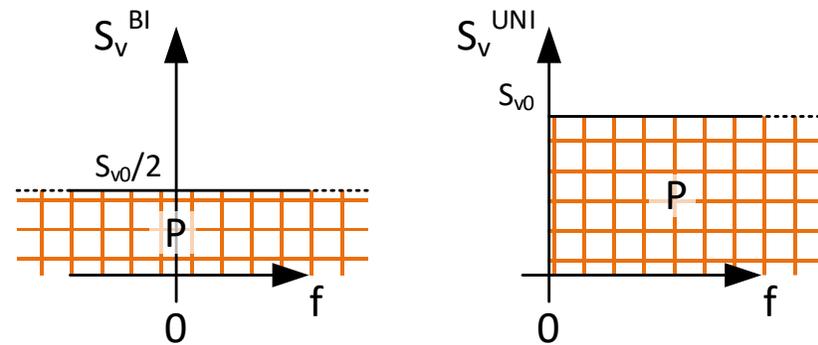
Densidad Espectral de Potencia de Ruido

La PSD se puede considerar **bilateral** ($f: -\infty \rightarrow +\infty$) o **unilateral** ($f: 0 \rightarrow +\infty$)

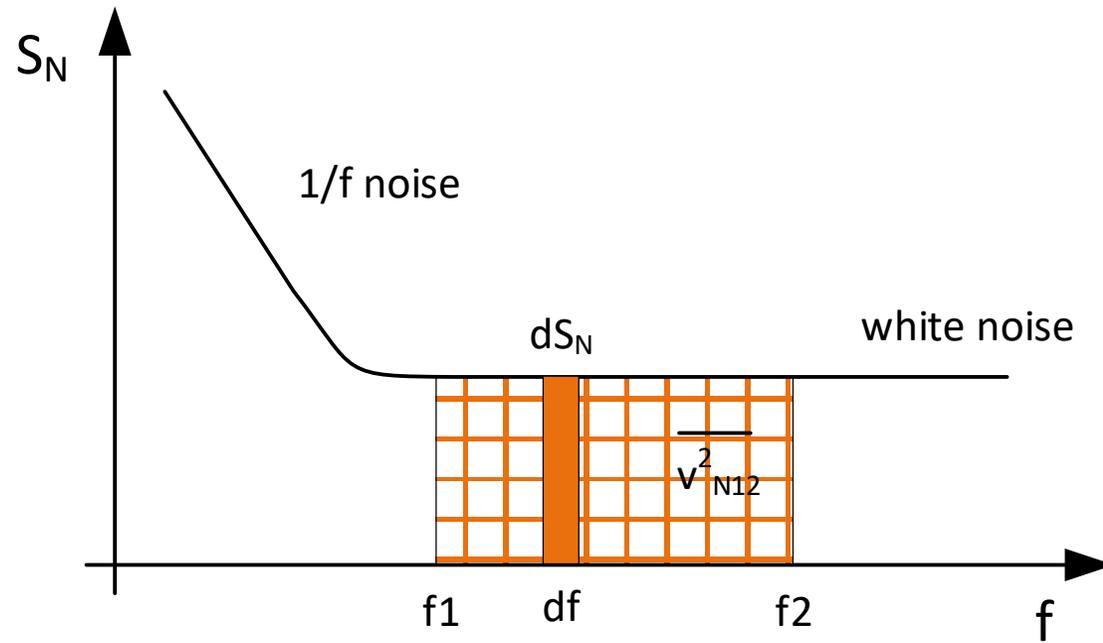
Para ruido la vamos a considerar siempre UNILATERAL.

En este caso, la relación entre PSD y el valor cuadrático medio queda:

$$P = \overline{v^2} = \int_0^{+\infty} S_v(f) df$$



Densidad Espectral de Potencia de Ruido



Densidad Espectral de Tensión de Ruido:

$$V_n(f) = \sqrt{S_v(f)}$$

Potencia de Ruido Integrada en una banda f_1 - f_2 :

$$\overline{v_{n12}^2} = \int_{f_1}^{f_2} S_v(f) df$$

Ruido RMS:

$$v_n^{RMS} = \sqrt{\overline{v_{n12}^2}} = \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} S_v(f) df} = V_{n0} \sqrt{f_2 - f_1}$$

Si el ruido es blanco

UNIDADES:

$$[S_v(f)] = V^2/Hz \quad [V_n(f)] = V/\sqrt{Hz} \quad [v_n^{RMS}] = V_{RMS}$$

Corriente de Ruido

Densidad Espectral de Potencia: $S_i(f)$

Densidad Espectral de Corriente de Ruido: $I_n(f) = \sqrt{S_i(f)}$

Corriente de Ruido RMS: $i_n^{RMS} = \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} S_i(f) df} = \int_{f_1}^{f_2} I_n(f) df$

UNIDADES:

$$[S_i(f)] = A^2/Hz \quad [I_n(f)] = A/\sqrt{Hz} \quad [i_n^{RMS}] = A_{RMS}$$

Adición de Señales de Ruido

Si tenemos dos señales aleatorias WSS $v_1(t)$ y $v_2(t)$

Podemos definir

$$v_3(t) = v_1(t) + v_2(t)$$

Se dice que $v_1(t)$ y $v_2(t)$ son **no-correlacionadas** cuando:

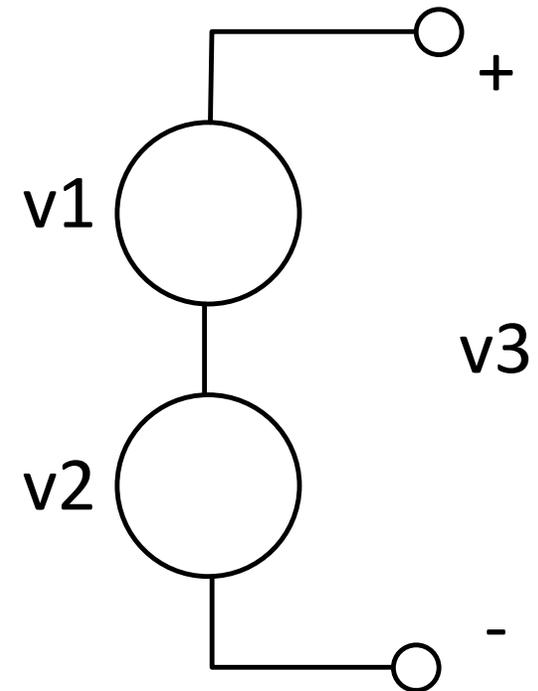
$$R_{v_3}(\tau) = R_{v_1}(\tau) + R_{v_2}(\tau)$$

En ese caso podemos ver fácilmente que:

$$S_{v_3}(f) = S_{v_1}(f) + S_{v_2}(f)$$

Por lo tanto:

$$v_{3_{RMS}} = \sqrt{(v_{1_{RMS}})^2 + (v_{2_{RMS}})^2}$$



Transferencia de Señales de Ruido

Dado un filtro (o cualquier sistema LTI) con transferencia $H(f)$ y respuesta al impulso $h(t)$. Si le aplicamos a la entrada una señal aleatoria $x(t)$, la salida esta dada por la convolución:

$$y(t) = h(t) * x(t)$$

La convolución es un operador lineal, por lo que se puede demostrar, que la autocorrelación a la salida será

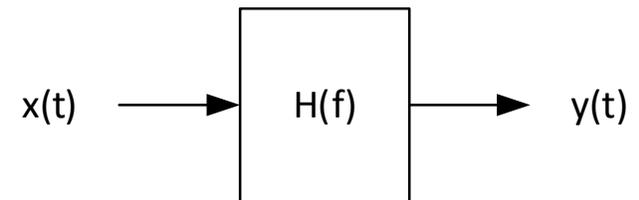
$$R_y(\tau) = h(-\tau) * h(\tau) * R_x(\tau)$$

Y por lo tanto

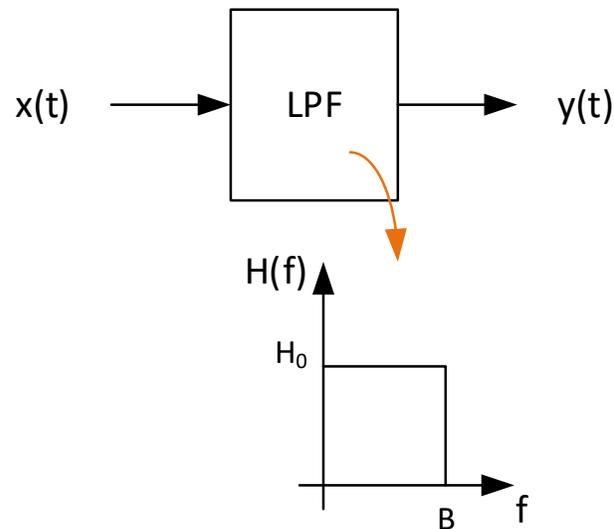
$$S_y(f) = |H(f)|^2 S_x(f)$$

De ahí, la potencia de ruido a la salida queda:

$$\overline{v_y^2} = \int_0^{+\infty} |H(f)|^2 S_x(f) df$$



Ejemplo Filtro Pasa-bajos (ideal)



Sea $x(t)$ un señal de ruido blanco, con $S_x(f) = S_{x0}$

Entonces la potencia de ruido a la salida es

$$\overline{v_y^2} = \int_0^{+\infty} |H(f)|^2 S_x(f) df = \int_0^B S_{x0} H_0^2 df = B S_{x0} H_0^2$$

Entonces

$$v_y^{RMS} = H_0 \sqrt{B S_{x0}}$$

Ejemplo:

- $\sqrt{S_{x0}} = 100 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$
- $H_0 = 1 \text{ V/V}, B = 20 \text{ kHz}$
- $\Rightarrow v_y^{RMS} = 14.1 \mu\text{V}_{RMS}$

Para minimizar ruido \rightarrow **MINIMIZAR ANCHO DE BANDA**

Objetivos

Definición de Ruido

Procesos Aleatorios

Fuentes de Ruido

Ruido Equivalente a la Entrada y Ancho de Banda Equivalente de Ruido

Medidas de Performance de Ruido

Ruido en Dispositivos: BJT y MOS

Análisis de Ruido en Circuitos

Resumen

Agenda

Fuentes de Ruido: Ruido Térmico

El ruido térmico se debe al movimiento aleatorio de origen térmico de los electrones en cualquier conductor.

Descubierto en 1927 por J.B. Johnson en Bell Labs. Nyquist dedujo el fundamento teórico poco después (1928).

$$S_v = 4k_BTR$$

Propiedades de S_v :

- Depende de la Temperatura absoluta (Kelvin)
- Proporcional a la R del conductor
- Es constante hasta muy altas frecuencias (10^{12} - 10^{13} Hz)
- No depende de la tensión ni de la corriente por el conductor.
- La tensión de ruido de una $R=1k\Omega$ a $T=300K$ es: $V_n = \sqrt{4k_BTR} = 4 \text{ nV} / \sqrt{\text{Hz}}$

Fuentes de Ruido: Ruido Shot

El ruido Shot está asociado al paso de portadores a través de una barrera de potencial. Está presente en cualquier juntura *pn* por la que **circule una corriente**.

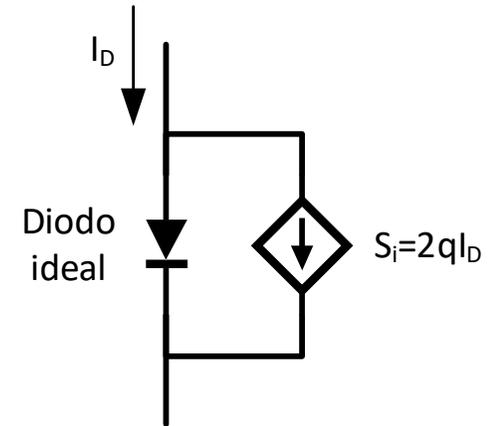
Ese pasaje de portadores se puede modelar como un evento aleatorio y por lo tanto la corriente total I_D vista desde fuera, en realidad está compuesta por un enorme número de pulsos de carga aleatorios de valor q .

Schottky demostró en 1918 que la PSD del ruido Shot es:

$$S_i = 2qI_D$$

Propiedades:

- Es otro tipo de ruido blanco.
- La PSD es directamente proporcional a la corriente DC por la juntura.
- No depende de la temperatura!
- Aparece en diodos y transistors MOS y Bipolares.
- Si $I_D = 50\mu A \Rightarrow I_n = \sqrt{S_i} = 4 \text{ pA} / \sqrt{\text{Hz}}$



Fuentes de Ruido: Ruido Flicker

Tiene orígenes diversos, pero la principal causa son los defectos y la contaminación de la superficie de los materiales, como los cristales de silicio, donde los portadores son "atrapados" y "liberados" de forma aleatoria.

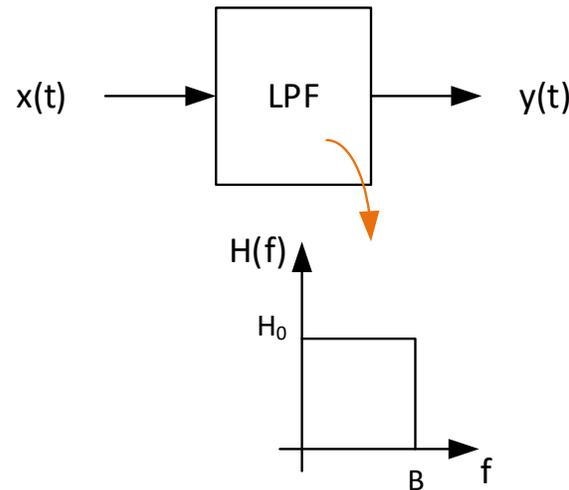
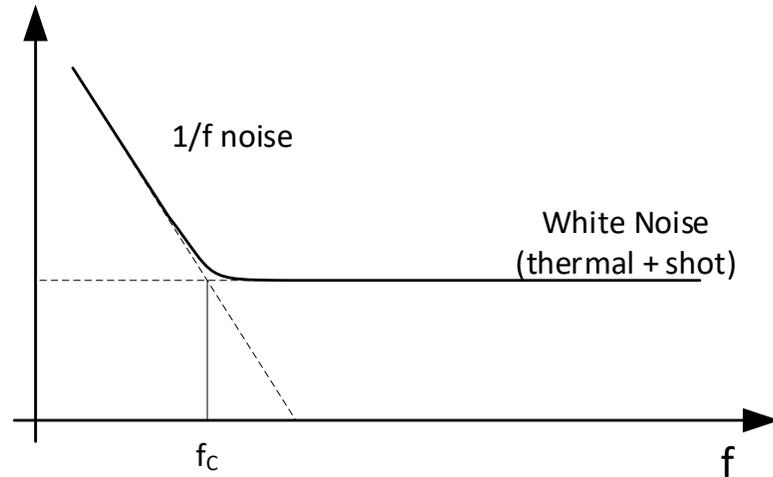
Este proceso ocurre a bajas frecuencias, y cuanto más bajas más importante es, por lo que tiene una característica típicamente $1/f$

$$S_i = K_f \frac{I_D^a}{f^b}$$

Propiedades

- Los exponentes suelen ser cercanos a uno ($a \simeq 0.5 \dots 2$, $b \simeq 0.8 \dots 1.3$). En el curso los vamos a considerar siempre 1.
- La constante suele ser inversamente proporcional a las dimensiones del dispositivo (Ej. En MOS depende del tamaño del canal)
- No depende de la temperatura. Si depende de que haya corriente DC por el dispositivo.

Fuentes de Ruido: Ruido Flicker



Corner frequency:

$$f_c / S_{flicker}(f_c) = S_{white}$$

Asumimos $B > f_c$

$$\overline{v_y^2} = \int_0^{+\infty} |H(f)|^2 S_x(f) df = \int_0^{f_c} |H(f)|^2 S_{flicker}(f) df + \int_{f_c}^B |H(f)|^2 S_{white} df$$

$$\overline{v_y^2} = H_0^2 \int_0^{f_c} \frac{K_f}{f} df + H_0^2 \int_{f_c}^B S_{white} df$$

$$\overline{v_y^2} = H_0^2 K_f \log \frac{f_c}{f_1} + H_0^2 S_{white} (B - f_c)$$

$f_1 = 0 \Rightarrow DIVERGE???$

- Frecuencia 0 es tiempo de medida infinito! Es una abstracción matemática.
- El límite inferior viene dado por cuanto tiempo está prendido el equipo (1 día? 10 años?)
- Si $f_1 = 1$ ciclo por día o 1 ciclo cada 10 años, tomando p.ej. $f_c = 1\text{kHz}$, la diferencia es sólo 20%

Objetivos

Definición de Ruido

Procesos Aleatorios

Fuentes de Ruido

**Ruido Equivalente a la Entrada y Ancho
de Banda Equivalente de Ruido**

Medidas de Performance de Ruido

Ruido en Dispositivos: BJT y MOS

Análisis de Ruido en Circuitos

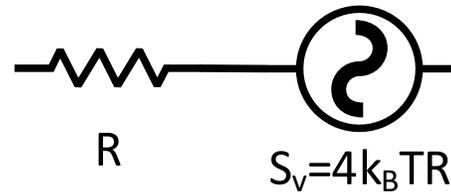
Resumen

Agenda

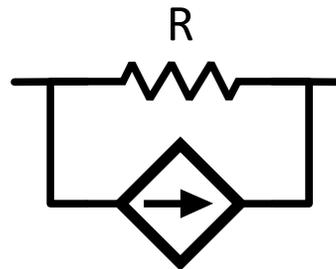
R Ruidosa



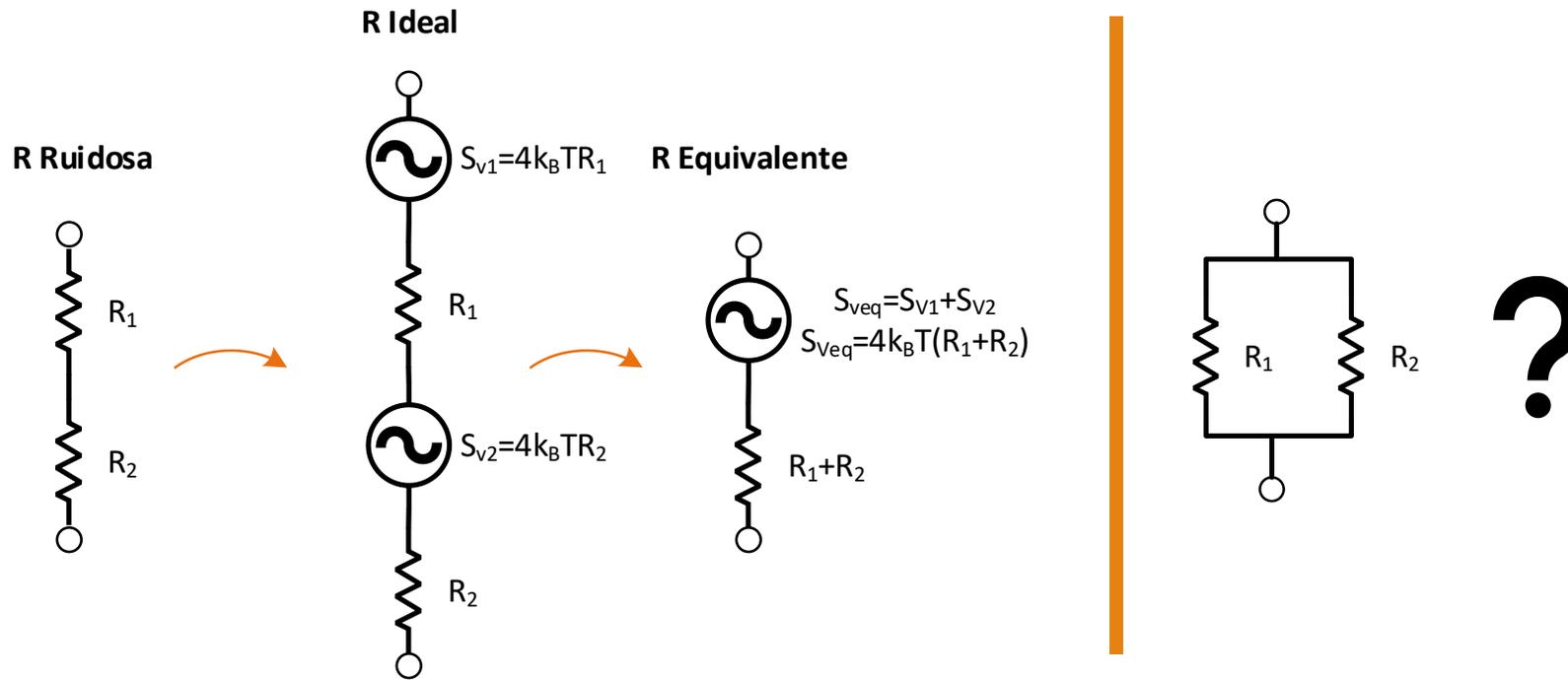
R ideal



EQUIVALENTES!

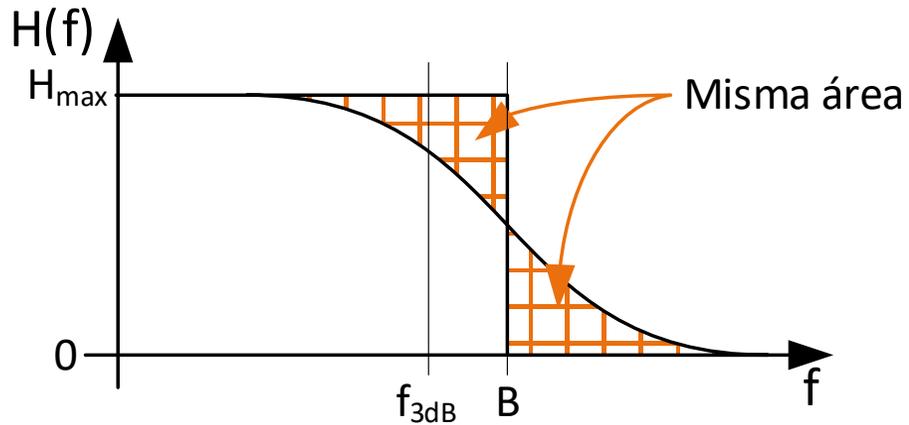


Modelo de
Ruido para
una
Resistencia:



PSD de Ruido Equivalente

Ancho de Banda de Ruido Equivalente



LPF Order	B/f _{3dB}
1	1.57
2	1.22
3	1.15
4	1.13
5	1.11

Consideremos un filtro pasa bajos real de primer orden con PSD de ruido blanco a la entrada S_0

$$H(f) = \frac{H_{max}}{1 + j \frac{f}{f_{3dB}}}$$

$$\overline{v_y^2} = S_0 \int_0^{+\infty} \left| \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_{3dB}}} \right|^2 df = S_0 \int_0^{+\infty} \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_{3dB}}\right)^2} df = S_0 \frac{\pi}{2} f_{3dB}$$

Ancho de Banda de Ruido Equivalente: B

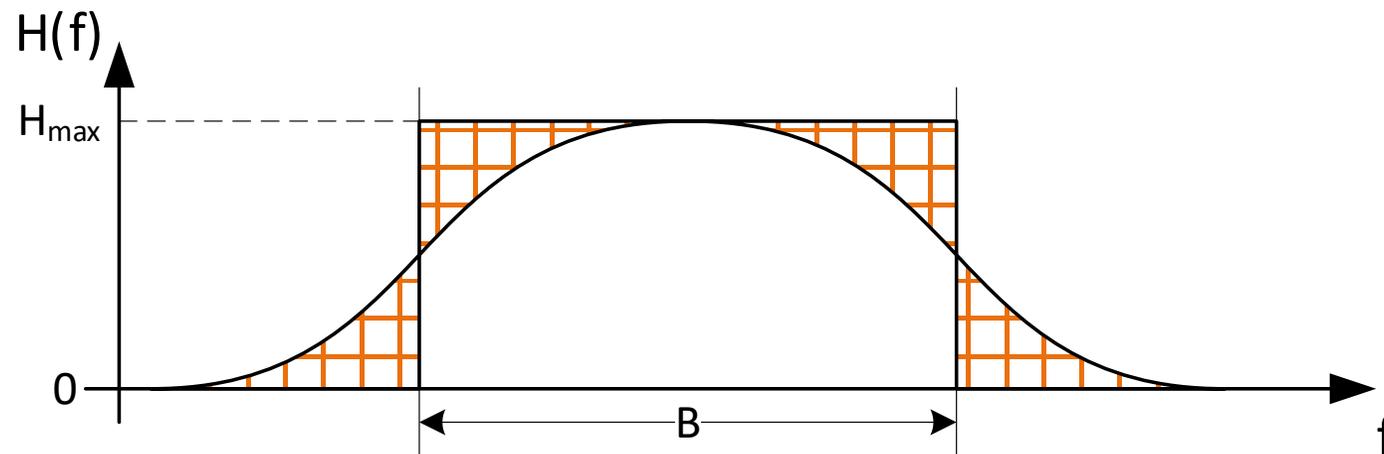
- Es el ancho de banda de un filtro ideal que da la misma potencia de ruido a la salida que $H(f)$

$$B = \frac{1}{|H_{max}|^2} \int_0^{+\infty} |H(f)|^2 df$$

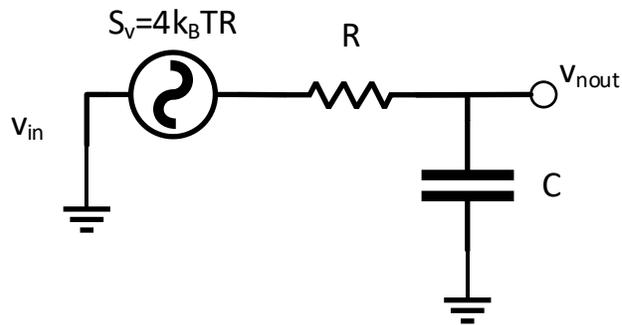
Ancho de Banda de Ruido Equivalente

Mismo concepto para cualquier filtro.

En la práctica trabajo con B y no calculo la integral cada vez.



Ruido de un Filtro RC



$$f_{3dB} = \frac{1}{2\pi RC} \Rightarrow B = \frac{\pi}{2} f_{3dB} = \frac{1}{4RC}$$

$$S_R = 4k_B T R$$

$$\overline{v_{nout}^2} = S_R B = \frac{k_B T}{C}$$

$$v_{nout}^{RMS} = \sqrt{\frac{k_B T}{C}}$$

Densidad de Potencia de Ruido (V^2/Hz): $\propto R$

Potencia de Ruido Integrada (V_{RMS}^2): $\propto \frac{1}{C}$

Ejemplo:

- $C_L = 1pF, T = 300K \Rightarrow v_{nout}^{RMS} = 65\mu V_{RMS}$

Ruido Equivalente a la Entrada

Definición: Es la fuente de ruido que colocada a la entrada de un circuito SIN sus fuentes de ruido internas, genera el mismo ruido a la salida.

Supongamos tenemos m fuentes de ruido independiente v_{nj} ($j = 1:m$) cada una con PSD $S_{vj}(f)$

Cada fuente tiene una transferencia que se calcula anulando las fuentes independientes (la de entrada y las otras de ruido):

$$H_j(f) = \left. \frac{V_{out}(f)}{V_{nj}(f)} \right|_{V_{in}=0, V_{nk}=0 \forall k \neq j}$$

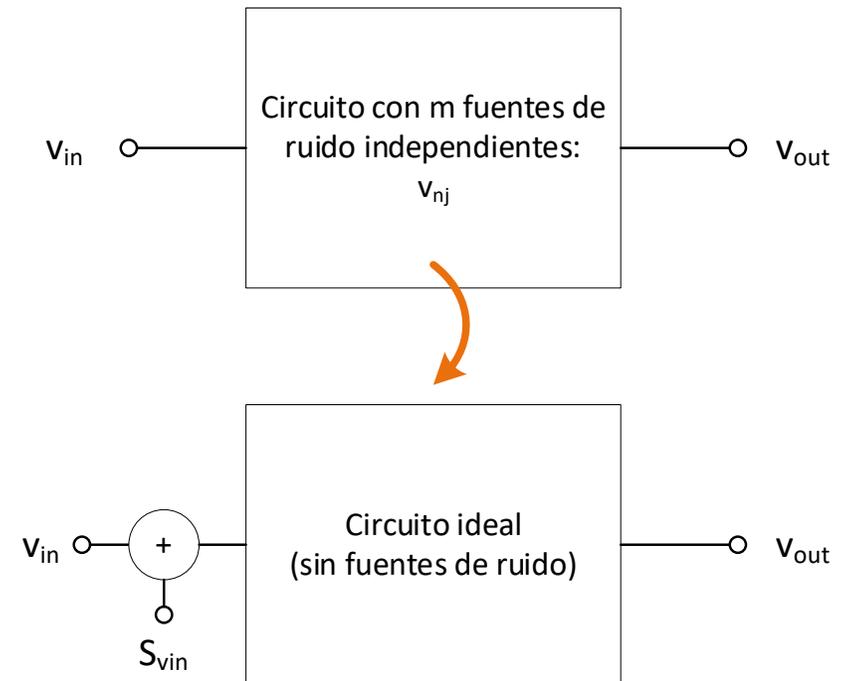
Calculamos la PSD total a la salida usando SUPERPOSICIÓN:

$$S_{vout}(f) = \sum_{j=1}^m |H_j(f)|^2 S_{vj}(f)$$

La PSD de ruido equivalente a la entrada:

$$S_{vin}(f) = \frac{\sum_{j=1}^m |H_j(f)|^2 S_{vj}(f)}{|H_0(f)|^2}$$

$$H_0(f) = \frac{V_{out}(f)}{V_{in}(f)}$$



TLC271, TLC271A, TLC271B
LinCMOS™ PROGRAMMABLE LOW-POWER
OPERATIONAL AMPLIFIERS

SLOS090D – NOVEMBER 1987 – REVISED MARCH 2001

HIGH-BIAS MODE

operating characteristics at specified free-air temperature, $V_{DD} = 5\text{ V}$

PARAMETER	TEST CONDITIONS	T_A	TLC271C, TLC271AC, TLC271BC			UNIT
			MIN	TYP	MAX	
SR Slew rate at unity gain	$R_L = 10\text{ k}\Omega$, $C_L = 20\text{ pF}$, See Figure 98	$V_{I(PP)} = 1\text{ V}$	25°C	3.6		V/ μ s
			0°C	4		
			70°C	3		
		$V_{I(PP)} = 2.5\text{ V}$	25°C	2.9		
			0°C	3.1		
			70°C	2.5		
V_n Equivalent input noise voltage	$f = 1\text{ kHz}$, See Figure 99	$R_S = 20\ \Omega$, 25°C	25		nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$	
B_{OM} Maximum output-swing bandwidth	$V_O = V_{OH}$, $R_L = 10\text{ k}\Omega$,	$C_L = 20\text{ pF}$, See Figure 98	25°C	320		kHz
			0°C	340		
			70°C	260		
B_1 Unity-gain bandwidth	$V_I = 10\text{ mV}$, See Figure 100	$C_L = 20\text{ pF}$,	25°C	1.7		MHz
			0°C	2		

TLC271, TLC271A, TLC271B LinCMOS™ PROGRAMMABLE LOW-POWER OPERATIONAL AMPLIFIERS

SLOS090D – NOVEMBER 1987 – REVISED MARCH 2001

PERFORMANCE CHARACTERISTICS (HIGH-BIAS MODE)†

EQUIVALENT NOISE VOLTAGE VS FREQUENCY

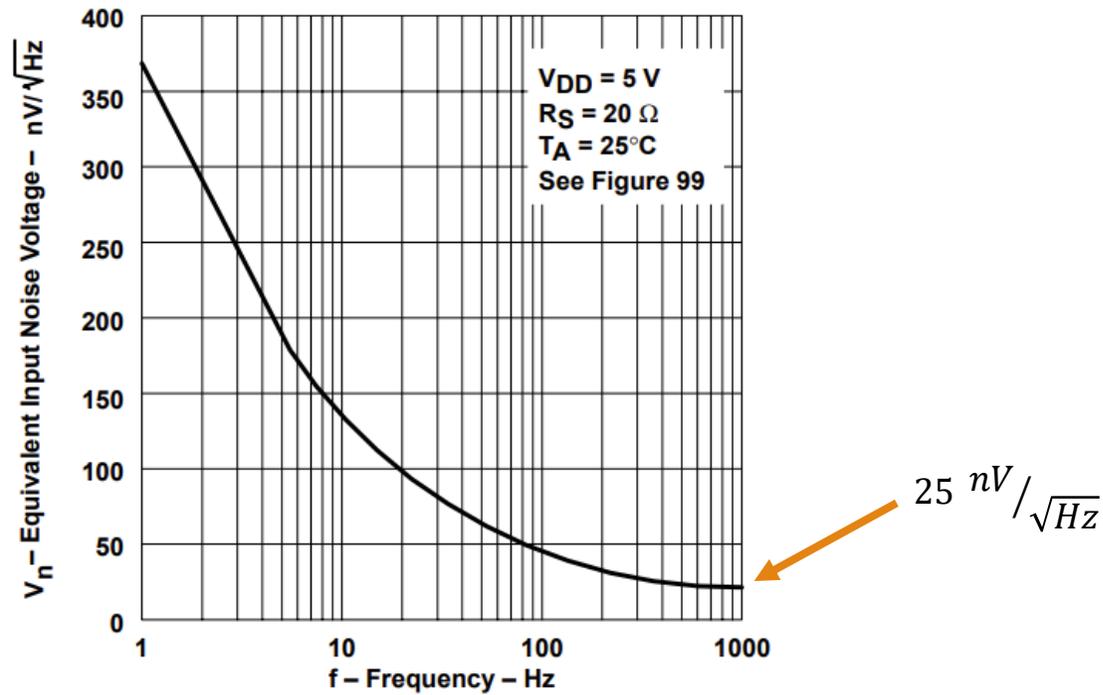
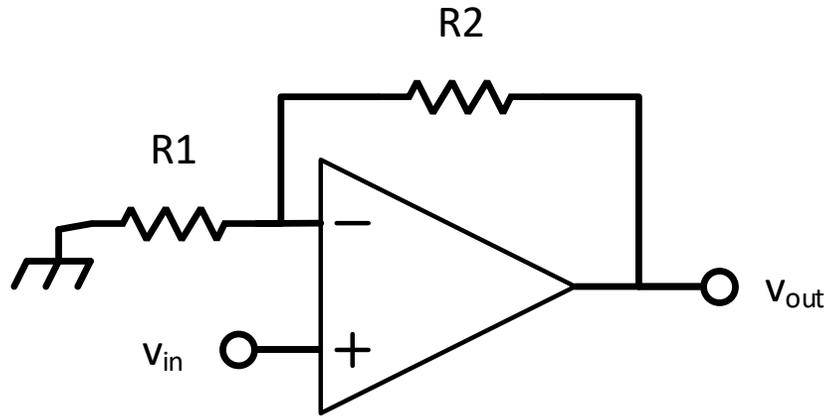


Figure 33

Ejemplo: Amplificador Ideal con Ruido



$$S_{v1}:S_{vout} = S_{v1} \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = 4k_B T R_2 \frac{R_2}{R_1},$$

$$S_{v2}:S_{vout} = S_{v2}$$

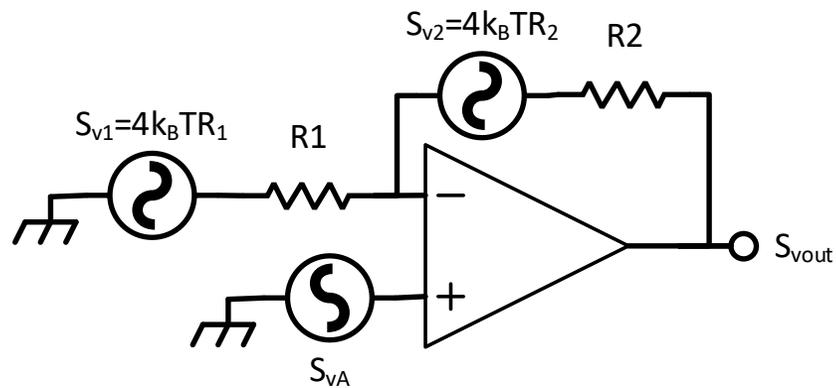
$$S_{vA}:S_{vout} = S_{vA} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2$$

$$S_{vout} = S_{v2} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + S_{vA} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2$$

$$S_{vin} = \frac{S_{vout}}{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)^2} = S_{vA} + 4k_B T (R_1 || R_2)$$

If $\frac{R_2}{R_1} \gg 1$:

$$S_{vin} \approx S_{vA} + S_{v1}$$

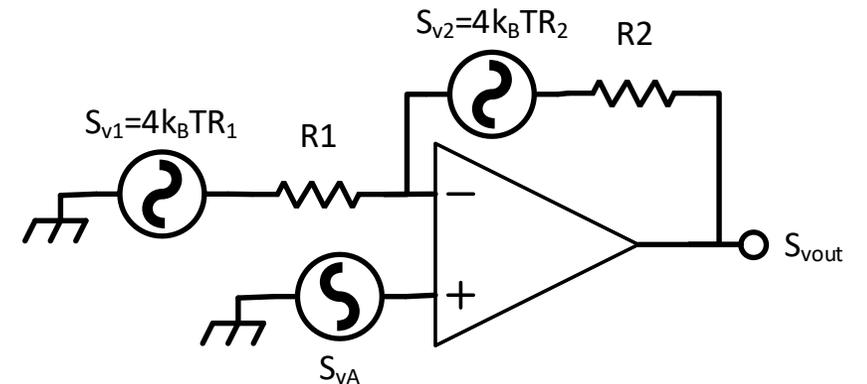


Ejemplo: Amplificador Real (con Ruido)

Ahora $A(s) = \frac{A_0}{1+s\frac{A_0}{\omega_T}}$ con A_0 arbitrariamente grande y ω_T finito.

Calculamos las transferencias de cada fuente de ruido:

- $$H_1(s) = -\frac{\frac{R_2}{R_1}}{1+s\frac{A_0}{\omega_T}} \Rightarrow B_1 = \frac{\pi}{2} \frac{\omega_T}{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)}$$
 - $$H_A(s) = \frac{1+\frac{R_2}{R_1}}{1+s\frac{A_0}{\omega_T}} \Rightarrow B_A = B_1$$
 - $$H_2(s) = \frac{1}{1+s\frac{A_0}{\omega_T}} \Rightarrow B_2 = \frac{\pi}{2} \frac{\omega_T}{\frac{R_2}{R_1}} \simeq B_1$$
- $$\Rightarrow (v_{nin}^{RMS})^2 = B_1(S_{v1} + S_{vA})$$



Ganancia y BW

$$S_{vout} = S_{v1} G_1^2 G_2^2 + S_{v2} G_2^2$$

El ancho de banda equivalente para A1 lo domina el **BW mas chico** de A1 y A2.

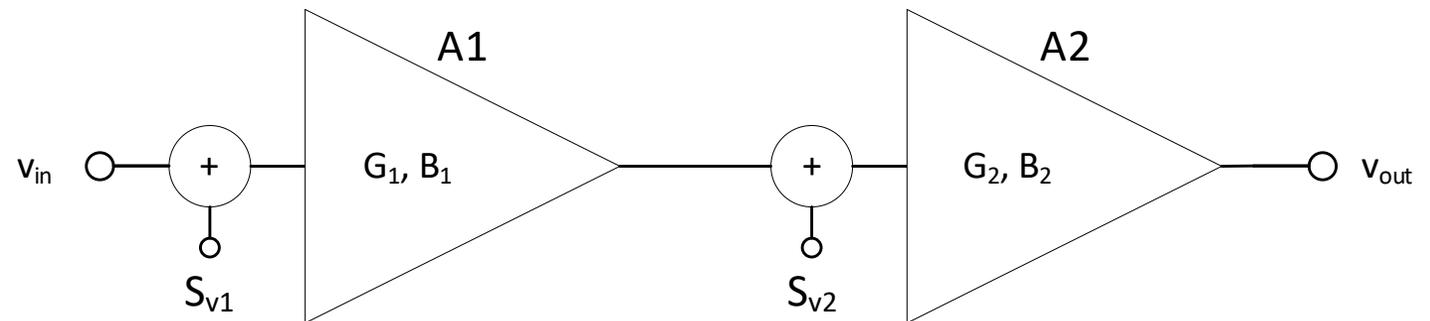
Por ej. si $B_2 \ll B_1$:

$$\overline{v_{nout}^2} = (S_{v1} G_1^2 G_2^2 + S_{v2} G_2^2) B_2$$

$$\Rightarrow (v_{nin}^{RMS})^2 = \left(S_{v1} + \frac{S_{v2}}{G_1^2} \right) B_2$$

Dado S_{v1} , conviene que G_1 sea lo mayor posible:

$$\Rightarrow v_{nin}^{RMS} \cong \sqrt{S_{v1} B_2}$$



Generadores de Ruido Equivalentes a la Entrada

Lo visto hasta ahora asume que $R_S = 0$.

El caso general, válido para cualquier R_S , requiere dos fuentes de ruido:

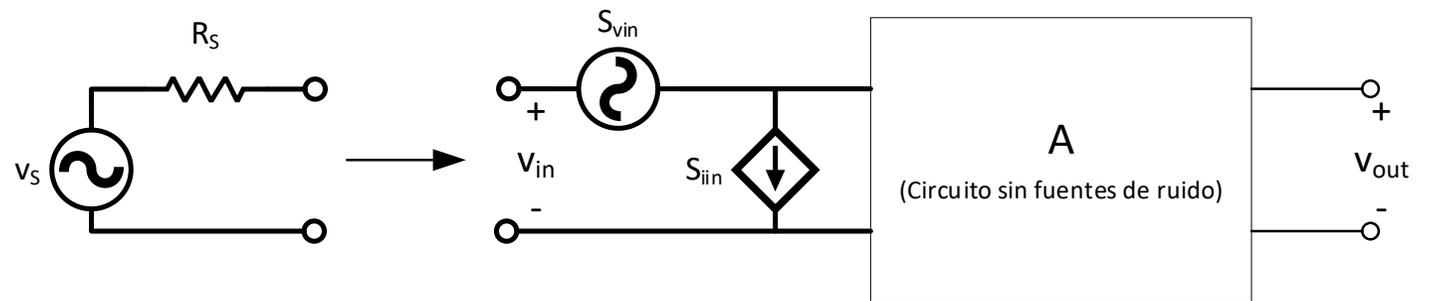
- S_{vin} : calculado en cortocircuito a la entrada v_{in} .
- S_{iin} : calculado en circuito abierto a la entrada v_{in} .

Estrictamente, esas fuentes equivalentes son *correlacionadas*

- Ambas dependen de las mismas fuentes de ruido
- En muchos casos, podemos despreciar la correlación

La PSD de ruido total equivalente a la entrada queda:

$$S_{vin}^{TOT} = S_{vin} + R_S^2 S_{iin}$$



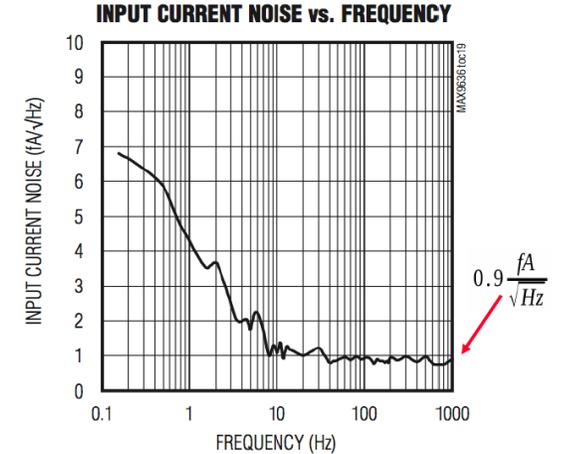
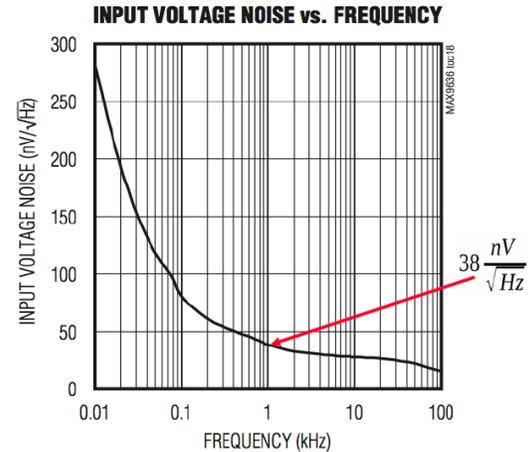
3V/5V Low-Power, Low-Noise, CMOS, Rail-to-Rail I/O Op Amps

ELECTRICAL CHARACTERISTICS (continued)

($V_{DD} = 3.3V$, $V_{SS} = 0V$, $V_{IN+} = V_{IN-} = V_{CM} = V_{DD}/2$, $R_L = 10k\Omega$ to $V_{DD}/2$, $\overline{SHDN} = V_{DD}$, $T_A = -40^\circ C$ to $+125^\circ C$. Typical values are at $T_A = +25^\circ C$, unless otherwise noted.) (Note 2)

PARAMETER	SYMBOL	CONDITIONS	MIN	TYP	MAX	UNITS
AC CHARACTERISTICS						
Input Voltage Noise Density	e_n	$f = 1kHz$		38		nV/\sqrt{Hz}
Input Voltage Noise		$0.1Hz \leq f \leq 10Hz$		5		μV_{p-p}
Input Current Noise Density	i_n	$f = 1kHz$		0.9		fA/\sqrt{Hz}
Input Capacitance	C_{IN}			2		pF
Gain Bandwidth	GBW			1.5		MHz
Slew Rate	SR			0.9		$V/\mu s$
Capacitive Loading	CLOAD	No sustained oscillations		300		pF
Distortion	THD	$f = 10kHz$, $V_O = 2V_{p-p}$, $A_V = 1V/V$		-68		dB
		$f = 10kHz$, $V_O = 2V_{p-p}$, $A_V = 1V/V$, $V_{DD} = 5.5V$		-74		
Settling Time		To 0.1%, $V_{OUT} = 2V$ step, $A_V = 1V/V$		11.5		μs
Crosstalk		$f = 1kHz$ (MAX9637, MAX9638)		100		dB
		$f = 10kHz$ (MAX9637, MAX9638)		80		
POWER-SUPPLY CHARACTERISTICS						
Power-Supply Range	V_{DD}	Guaranteed by PSRR	2.1	5.5		V
Power-Supply Rejection Ratio	PSRR	$V_{IN+} = V_{IN-} = V_{SS}$, $V_{DD} - V_{SS} = 2.1V$ to 5.5V	$T_A = +25^\circ C$	72	100	dB
			$T_A = -40^\circ C$ to $+125^\circ C$	69		
Quiescent Current	I_{DD}	Per amplifier	$T_A = +25^\circ C$	36	55	μA
			$T_A = -40^\circ C$ to $+125^\circ C$		60	

MAX9636/MAX9637/MAX9638



Objetivos

Definición de Ruido

Procesos Aleatorios

Fuentes de Ruido

Ruido Equivalente a la Entrada y Ancho
de Banda Equivalente de Ruido

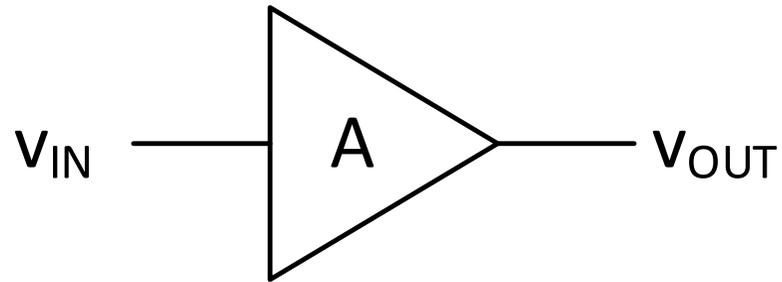
Medidas de Performance de Ruido

Ruido en Dispositivos: BJT y MOS

Análisis de Ruido en Circuitos

Resumen

Agenda



Medidas de Performance: SNR

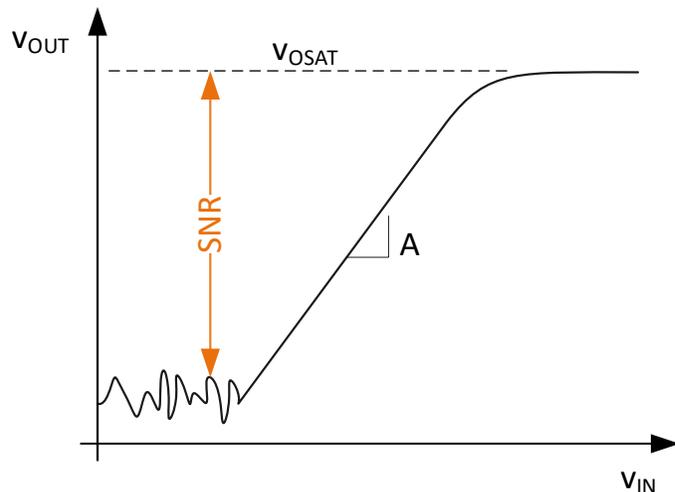
SNR: Signal-to-Noise Ratio

Puede medirse en potencia, en **tensión** o en corriente.

Utilizando Ruido Equivalente a la Entrada, se puede analizar independientemente de la ganancia.

Se puede especificar de distintas formas (dB):

- $SNR = 20 \log \left(\frac{V_{ipp}}{v_{ni}^{RMS}} \right)$
- $SNR = 20 \log \left(\frac{V_i^{RMS}}{v_{ni}^{RMS}} \right)$
- $SNR = 20 \log \left(\frac{V_{ipp}}{6v_{ni}^{RMS}} \right)$



Medidas de Performance: ENOB

ENOB: Effective Number Of Bits

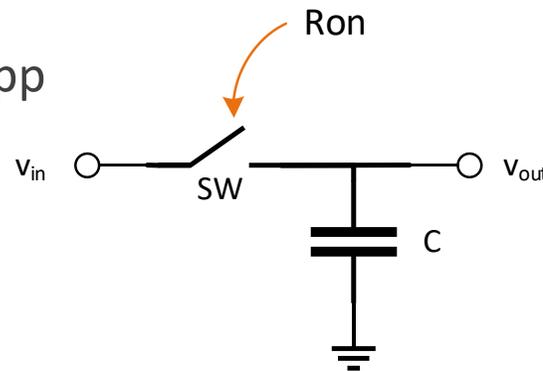
$$ENOB = \log_2 \left(\frac{FS}{1 \text{ LSB}} \right)$$

Definimos el valor de 1 LSB (Least Significant Bit) en función del ruido.

- Por ej.: $1 \text{ LSB} = v_{ni}^{RMS}$
- $\Rightarrow ENOB = \log_2 \left(\frac{V_{ipp}}{v_{ni}^{RMS}} \right)$

Ejemplo: Sistema Sample & Hold @ FS=1Vpp

- $v_n^{RMS} = \sqrt{\frac{k_B T}{C}}$



C (pf)	v_n^{RMS} (μV_{RMS})	ENOB
0.1	204	12.3
1	64	13.9
10	20	15.6
100	6.4	17.2

FS: Full Scale

Medidas de Performance: Noise Figure

La Figura de Ruido muestra cuanto ruido agrega nuestro amplificador al ruido que ya trae la fuente de señal.

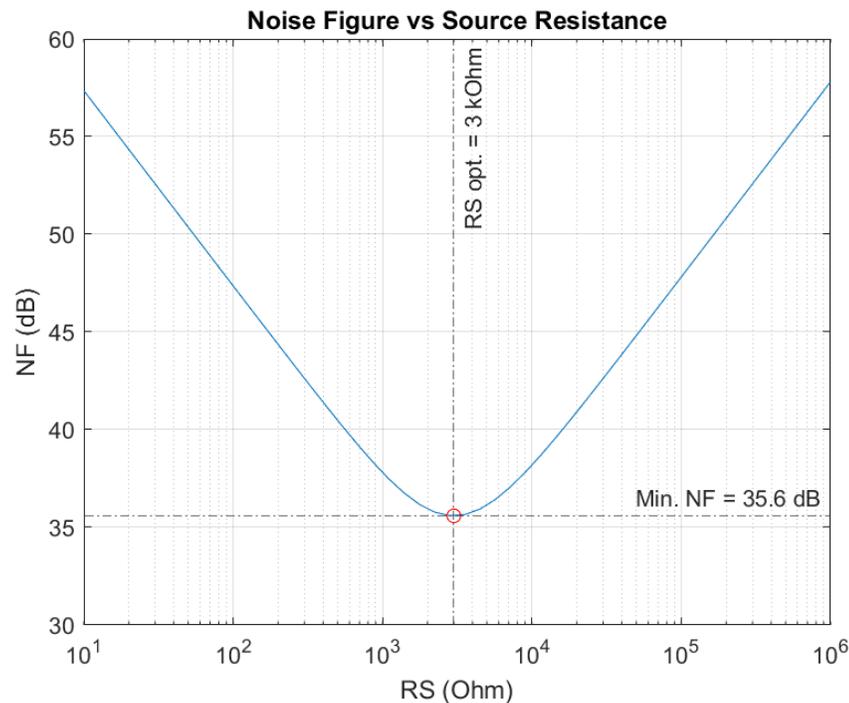
$$NF = 1 + \frac{S_{vin}^{TOT}}{S_S}$$

$$NF = 1 + \frac{S_{vin} + R_S^2 S_{iin}}{4k_B T R_S}$$

- El impacto de la tensión de ruido disminuye cuando R_S aumenta
- El impacto de la corriente de ruido aumenta cuando R_S aumenta

Resistencia de señal óptima:

$$R_{Sopt} = \sqrt{\frac{S_{vin}}{S_{iin}}}$$



Ejemplo:

$$\sqrt{S_{vin}} = 300 \text{ nV} / \sqrt{\text{Hz}}$$

$$\sqrt{S_{iin}} = 100 \text{ pA} / \sqrt{\text{Hz}}$$

Medidas de Performance: Índices de Ruido

Resistencia de Ruido: R_n

- Se define como el valor de resistencia cuyo ruido térmico es igual al ruido equivalente de entrada del amplificador.

$$R_n: 4k_B T R_n = S_{vin} + R_S^2 S_{iin}$$

Temperatura de Ruido: T_n

- Se define como la temperatura a la que tendría que estar la resistencia de la fuente de señal (R_S) para que su ruido térmico sea igual al ruido equivalente de entrada del amplificador.

$$T_n: 4k_B T_n R_S = S_{vin} + R_S^2 S_{iin}$$

- Objetivos
- Definición de Ruido
- Procesos Aleatorios
- Fuentes de Ruido
- Ruido Equivalente a la Entrada y Ancho de Banda Equivalente de Ruido
- Medidas de Performance de Ruido
- Ruido en Dispositivos: BJT y MOS**
- Análisis de Ruido en Circuitos
- Resumen

Agenda

Ruido en transistores MOS

Fuentes de Ruido:

- Ruido térmico debido a la naturaleza resistiva del canal.
- Ruido flicker debido a los defectos en la superficie del silicio contra el óxido del canal (que es por donde circula principalmente la corriente del MOS).

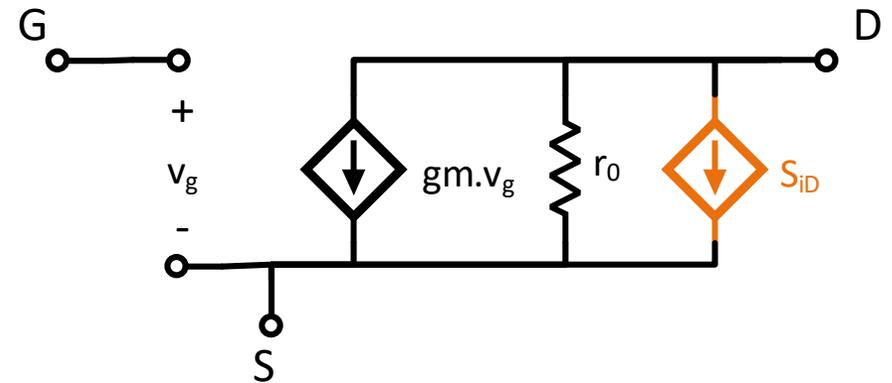
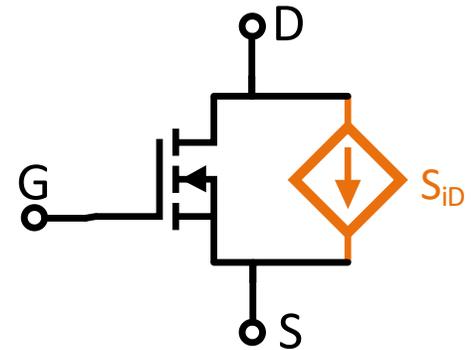
Ruido Térmico (en saturación):

$$S_{iD}^{thermal} = 4k_B T \frac{2}{3} gm_S$$

Ruido Flicker:

$$S_{iD}^{flicker} = K_F \frac{I_D}{f}$$

$$K_F \propto \frac{1}{L^2 C_{ox}}$$



Ruido Equiv. a la Entrada en un MOS

$$S_{iout} = S_{iD}$$

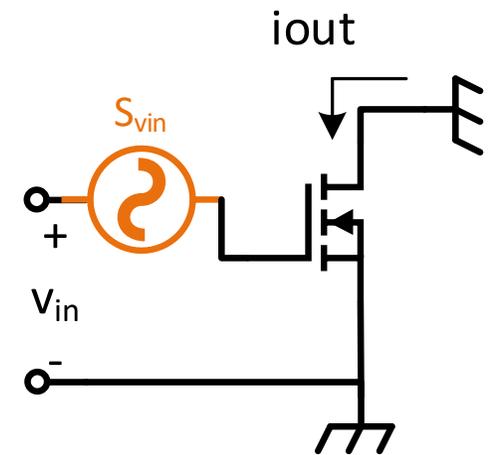
Tensión de Ruido equivalente a la entrada del MOS:

$$S_{vin} = \frac{nK_F}{2\beta} \frac{1}{f} + \frac{8nk_B T}{3 gm}$$

- En MOS no hay Corriente de ruido equivalente a la entrada.

Ejemplo:

- $I_D = 50\mu A, W = 100\mu m, L = 20\mu m$
- $\mu C_{ox} = 0.48 mA/V^2, n = 1.4, K_F = 2 \times 10^{-16} A$



$$\frac{K_F}{\beta} \propto \frac{1}{WLC_{ox}^2}$$

$$S_{vin} = \frac{nK_F}{2\beta} \frac{1}{f} + \frac{8nk_B T}{3 gm}$$

Ruido Equiv. a la Entrada en un MOS

Ejemplo:

- $I_D = 50\mu A, W = 100\mu m, L = 20\mu m$
- $\mu C_{ox} = 0.48 mA/V^2, n = 1.4, K_F = 2 \times 10^{-16} A$

Corner Frequency: $f_C = 1.56 kHz$

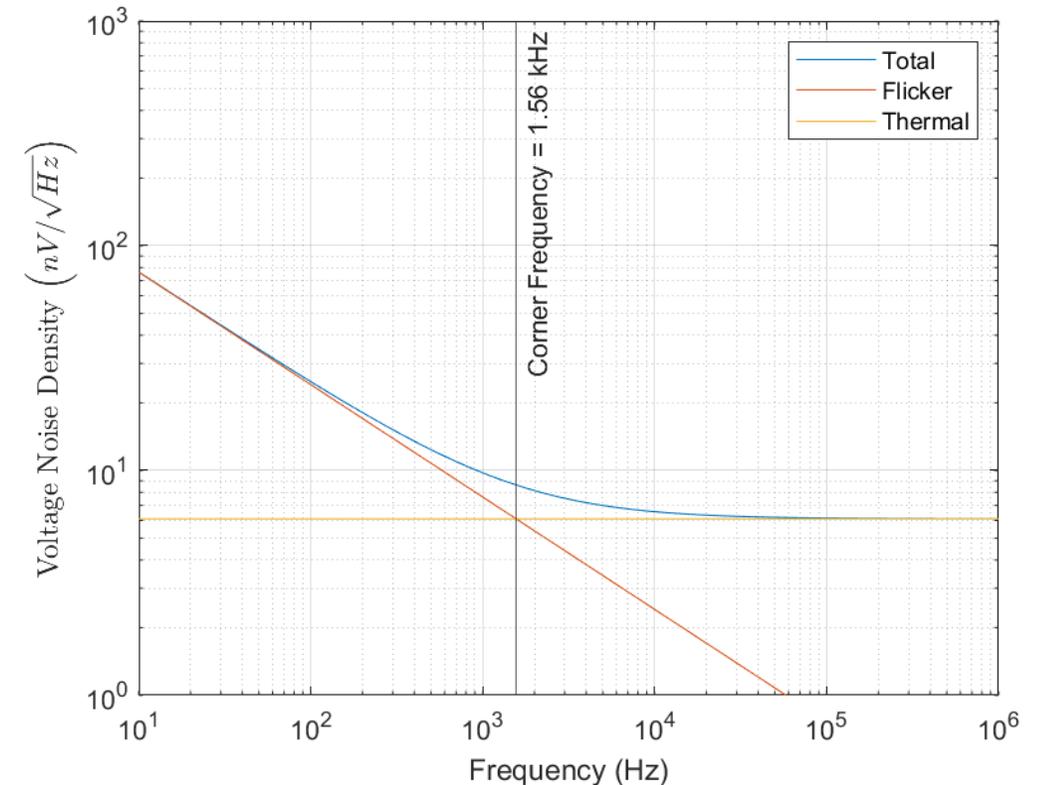
Densidad de Ruido Térmico:

- $V_{ni}|_{f=100kHz} = 6.1 nV/\sqrt{Hz}$

Densidad de Ruido Flicker:

- $V_{ni}|_{f=100Hz} = 24.1 nV/\sqrt{Hz}$

¿Tensión de ruido RMS entre $f_1=100 Hz$ y $f_2=100kHz$?

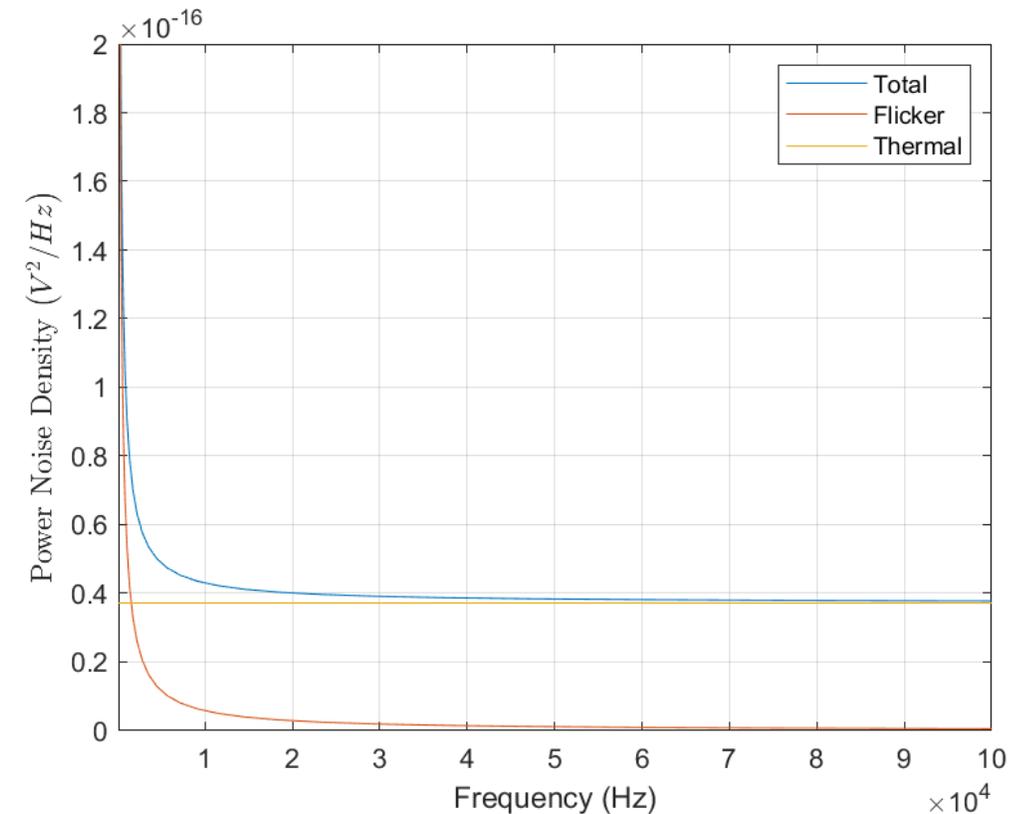


$$S_{vin} = \frac{nK_F}{2\beta} \frac{1}{f} + \frac{8nk_B T}{3 gm}$$

Ruido Equiv. a la Entrada en un MOS

Tensión de ruido RMS entre $f_1=100$ Hz y $f_2=100$ kHz:

- Flicker: $(v_{nif}^{RMS})^2 = \frac{nK_F}{2\beta} \log\left(\frac{f_2}{f_1}\right) = 4.02 \times 10^{-13} V^2$
- Thermal: $(v_{niw}^{RMS})^2 = \frac{8k_B T}{3 gm} (f_2 - f_1) = 3.72 \times 10^{-12} V^2$
- $v_{nif}^{RMS} = 0.63 \mu V_{RMS}$
- $v_{niw}^{RMS} = 1.93 \mu V_{RMS}$
- Total: $v_n^{RMS} = \sqrt{(v_{nif}^{RMS})^2 + (v_{niw}^{RMS})^2} = 2.03 \mu V_{RMS}$



Ruido en transistores BJT

Fuentes de Ruido

- Ruido shot: Se genera en las dos junturas del bipolar (BE, BC).
- Ruido térmico: Se genera en las resistencias de contacto en cada terminal. Los vamos a despreciar en el curso.
- Ruido flicker: Se genera debido a los defectos en la superficie del silicio. Dado que la corriente circula principalmente lejos de la superficie, es mucho menor que en MOS.

Ruido Shot:

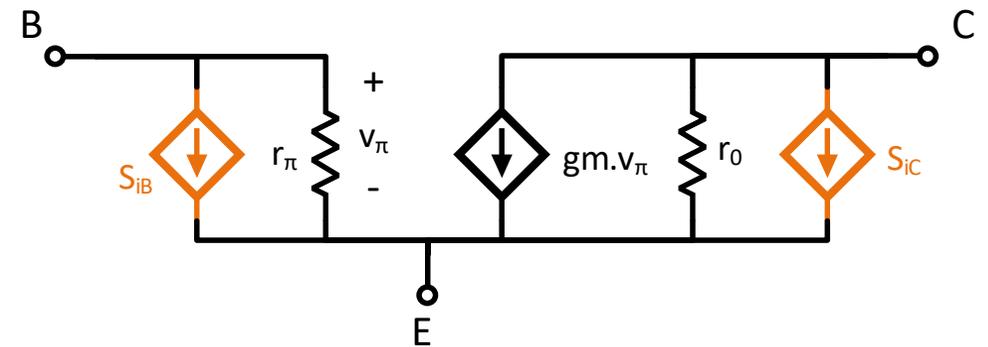
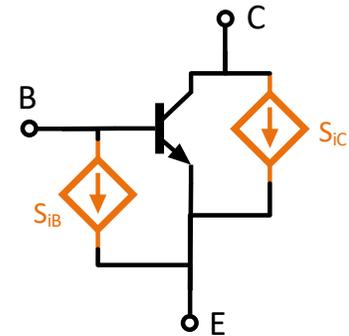
$$S_{iC} = 2qI_C$$

$$S_{iB}^{shot} = 2qI_B$$

Ruido Flicker:

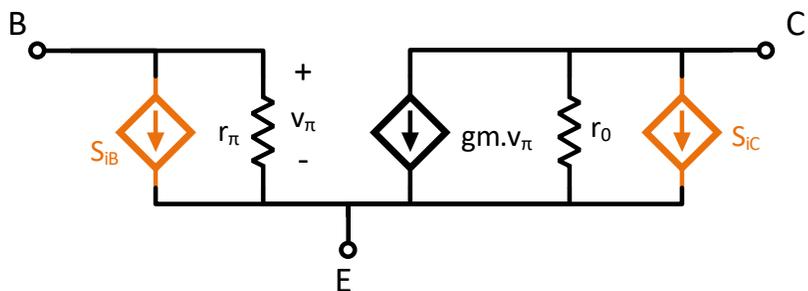
$$S_{iB}^{flicker} = K_F \frac{I_B}{f}$$

$$K_F \propto \frac{1}{A_E}$$



$$S_{iB} = S_{iB}^{shot} + S_{iB}^{flicker}$$

Ruido Equiv. a la Entrada en un BJT



Tensión de ruido equivalente a la entrada (cortocircuito en B-E):

$$S_{iout} = S_{iC} \Rightarrow S_{vin} = \frac{S_{iC}}{gm^2}$$

Corriente de ruido equivalente a la entrada (B-E en circuito abierto):

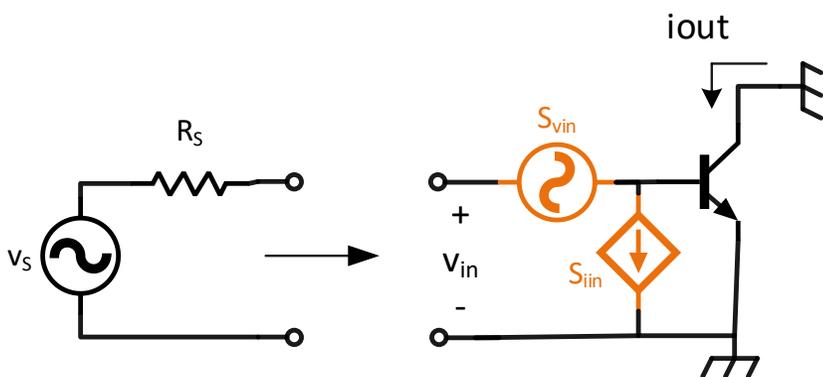
$$S_{iout} = S_{iB}\beta^2 + S_{iC} \Rightarrow S_{iin} = S_{iB} + \frac{S_{iC}}{\beta^2} \approx S_{iB}$$

Teniendo en cuenta R_S de una fuente de tensión en la base:

$$S_{vin}^{TOT} = S_{vin} + R_S^2 S_{iin} = \frac{S_{iC}}{gm^2} + S_{iB} R_S^2$$

Para R_S chicos (p.ej. $R_S < \frac{1}{gm}$) y despreciando Flicker:

$$S_{vin}^{TOT} \approx \frac{2qI_C}{gm^2} = \frac{2k_B T}{gm}$$



Comparación MOS – BJT

Transistores BJT:

$$S_{vin}^{TOT} = \frac{2k_B T}{gm_{BJT}} + 2qI_B \left(1 + \frac{K_F^{BJT}}{2q} \frac{1}{f} \right) R_S^2$$

Transistores MOS:

$$S_{vin}^{TOT} = \frac{8}{3} \frac{nk_B T}{gm_{MOS}} + \frac{nK_F^{MOS}}{2\beta_{MOS}} \frac{1}{f}$$

Conclusiones:

- Para R_S bajas, domina la tensión de ruido equivalente a la entrada y el BJT tiene mucho mejor performance que el MOS
- Para R_S altas, como el MOS no tiene corriente de ruido equivalente a la entrada, es mucho mejor el MOS.

- Objetivos
- Definición de Ruido
- Procesos Aleatorios
- Fuentes de Ruido
- Ruido Equivalente a la Entrada y Ancho de Banda Equivalente de Ruido
- Medidas de Performance de Ruido
- Ruido en Dispositivos: BJT y MOS
- Análisis de Ruido en Circuitos**
- Resumen

Agenda

Ruido en un Amplificador Source-Comun

Ruido en polarización (V_B): Lo suponemos despreciable.

Ruido Total (PSD) a la salida:

$$S_{iOUT} = S_{iD1} + S_{iD2}$$

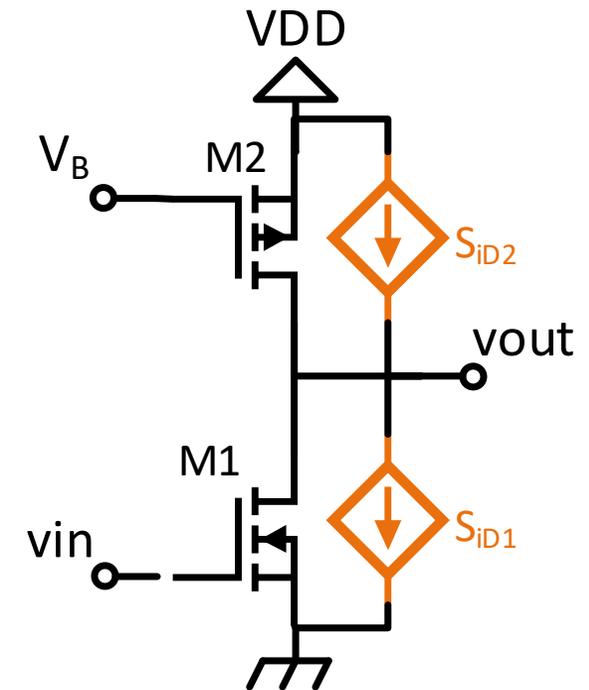
Ruido Equivalente a la entrada:

$$S_{vin} = \frac{S_{iOUT}}{gm_1^2}$$

Sólo Ruido Térmico: $S_{iD} = \frac{8}{3}nk_B T gm$

$$S_{vin} = \frac{8nk_B T}{3gm_1} \left(1 + \frac{gm_2}{gm_1} \right)$$

Precisamos minimizar $\frac{gm_2}{gm_1} \Rightarrow$ Minimizamos $\frac{(W/L)_2}{(W/L)_1}$



Ruido en un Amplificador Source-Comun

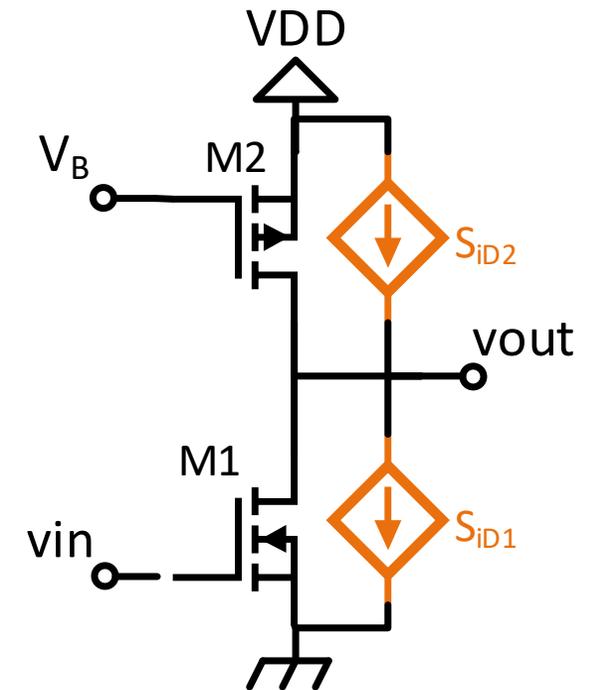
Ruido Flicker: $S_{iD} = K_F \frac{I_D}{f}$

$$S_{iout} = S_{iD1} \left(1 + \frac{K_{F2}}{K_{F1}} \right)$$

$$S_{vin} = \frac{S_{iD1}}{g_{m1}^2} \left(1 + \frac{K_{F2}}{K_{F1}} \right)$$

$$S_{vin} = \frac{nK_{F1}}{2\beta_1} \frac{1}{f} \left(1 + \frac{K_{F2}}{K_{F1}} \right)$$

$\propto \frac{1}{W_1 L_1}$
 $\propto \frac{L_1^2}{L_2^2}$



Ruido en Amplificador Cascode

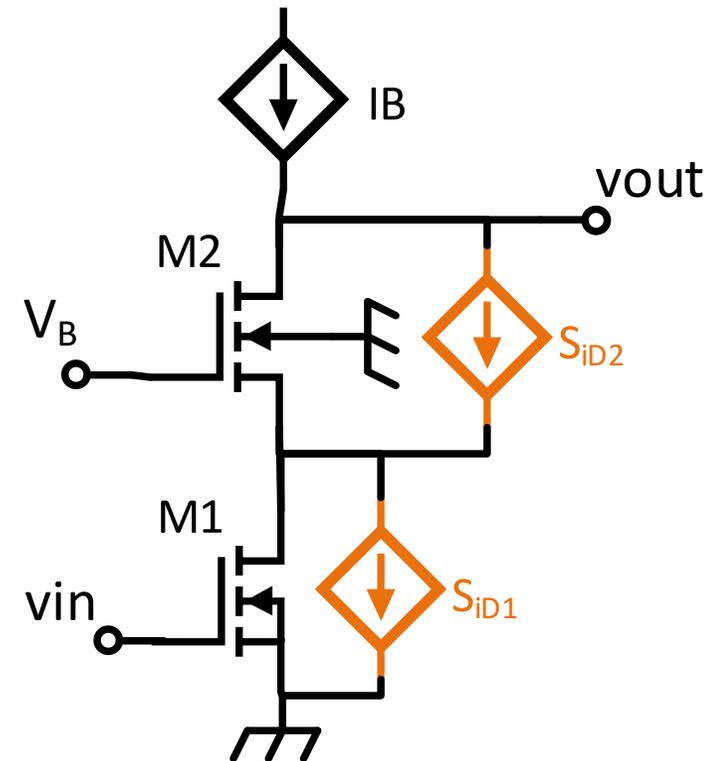
Repaso Cascode

- $G_m = \left. \frac{i_{out}}{v_{in}} \right|_{v_{out}=0} = g_{m1}$
- $R_o = \left. \frac{v_{out}}{i_{out}} \right|_{v_{in}=0} \simeq g_{m_{s2}} r_{o1} r_{o2}$

Transferencias:

- $H_1 = \left. \frac{i_{out}}{i_{n1}} \right|_{v_{out}=0} \simeq 1$
 - $H_2 = \left. \frac{i_{out}}{i_{n2}} \right|_{v_{out}=0} \simeq \frac{1}{g_{m_{s2}} r_{o1}}$
- $$S_{iout} = S_{iD1} + \frac{S_{id2}}{(g_{m_{s2}} r_{o1})^2} \Rightarrow S_{iout} \simeq S_{iD1}$$

El ruido a la salida NO DEPENDE del transistor Cascode!



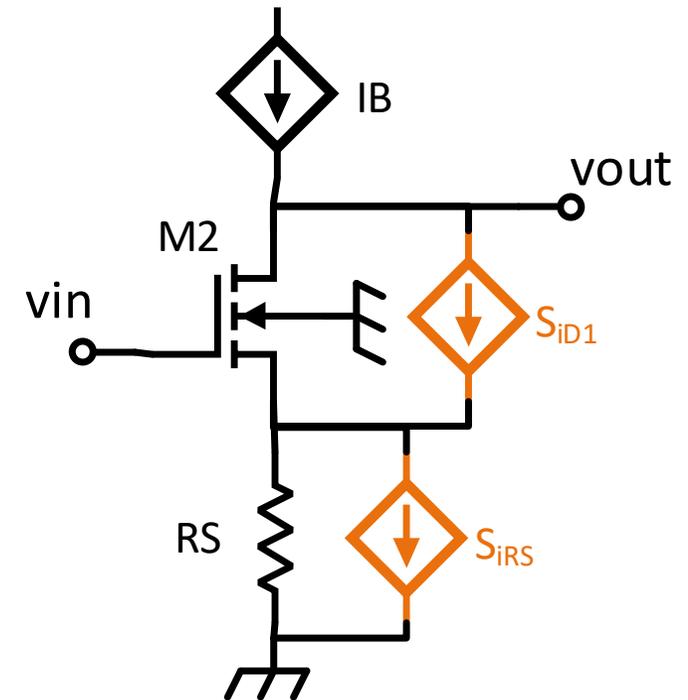
Degeneracion de Source

Del slide anterior, podemos ver rápidamente que:

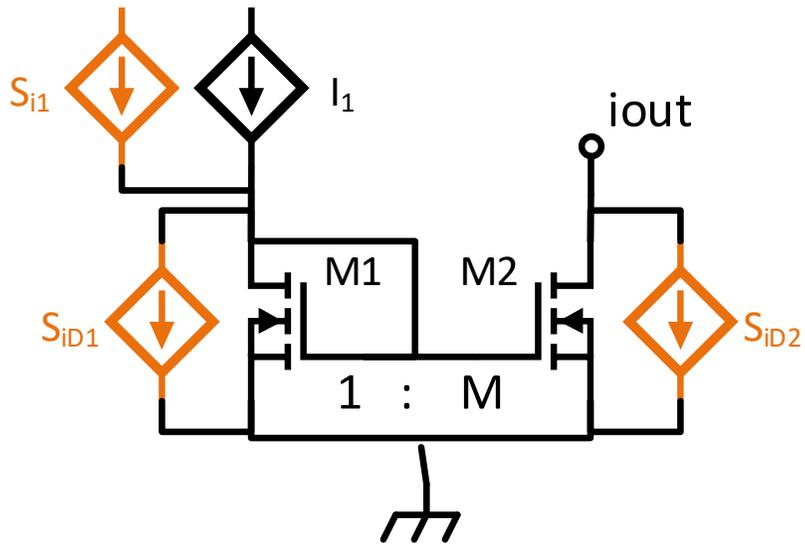
$$S_{iout} = S_{iR} + \frac{S_{iD}}{(g_{m_S}R_S)^2}$$

Si $g_{m_S}R_S \gg 1$ el ruido de un amplificador con degeneración depende del ruido en la resistencia solamente:

$$\Rightarrow S_{iout} \simeq \frac{4k_B T}{R_S}$$



Ruido en un Espejo de Corriente



$$S_{iout} = S_{iD2} + M^2(S_{i1} + S_{iD1})$$

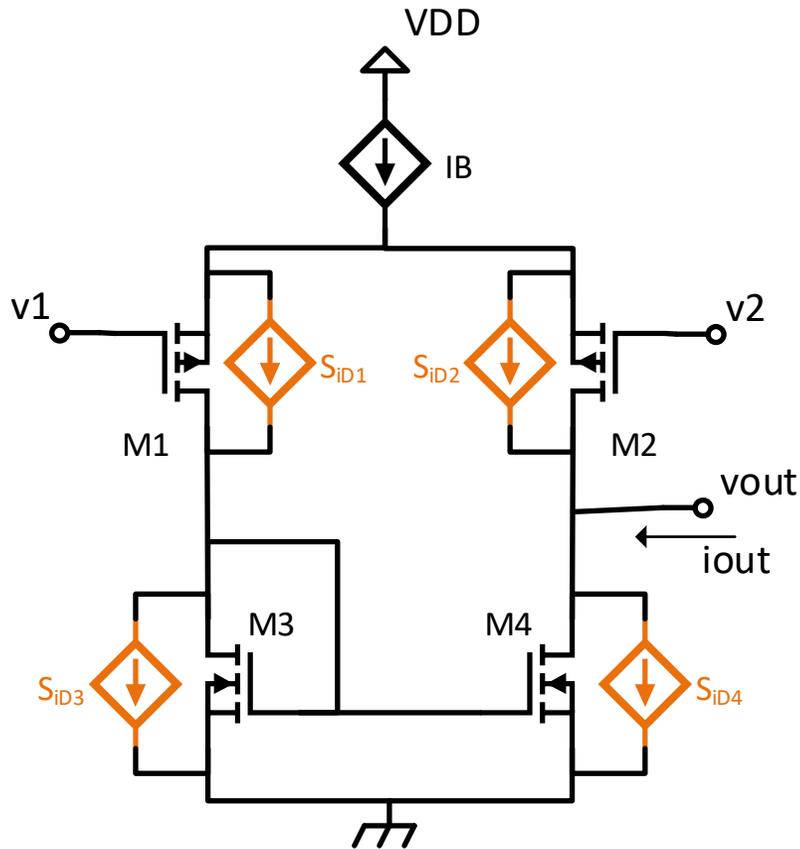
Ruido térmico:

- $S_{iD} = \frac{8}{3}nk_B T gm$
- Para bajo ruido: minimizar $gm \Rightarrow (W/L) \downarrow$

Ruido Flicker:

- $S_{iD} = K_F \frac{I_D}{f}$, $K_F \propto \frac{1}{L^2}$
- Para bajo ruido, agrandar L

Ruido en un OTA Diferencial



$$S_{iout} = S_{iD1} + S_{iD2} + S_{iD3} + S_{iD4} = 2S_{iD1} + 2S_{iD3}$$

$$S_{vin} = \frac{S_{iout}}{gm_1^2}$$

Ruido térmico:

$$S_{vin} = 2 \frac{8nk_B T}{3 gm_1} \left(1 + \frac{gm_3}{gm_1} \right)$$

Ruido Flicker:

$$S_{vin} = 2 \frac{nK_{F1}}{2\beta_1} \frac{1}{f} \left(1 + \frac{K_{F3}}{K_{F1}} \right)$$

Y el ruido de la fuente IB?!

- Objetivos
- Definición de Ruido
- Procesos Aleatorios
- Fuentes de Ruido
- Ruido Equivalente a la Entrada y Ancho de Banda Equivalente de Ruido
- Medidas de Performance de Ruido
- Ruido en Dispositivos: BJT y MOS
- Análisis de Ruido en Circuitos
- Resumen**

Agenda



Resumen

El ruido es una señal aleatoria de valor medio nulo, por lo que importa conocer su potencia.

La PSD de ruido nos permite conocer como se distribuye la potencia de ruido en el espectro de frecuencias.

La suma de fuentes de ruido debe realizarse en potencia (suma cuadrática en tensión o corriente)

Cuando la PSD es constante con la frecuencia, se le llama ruido blanco.

Ruido Térmico y Shot son ejemplos de ruido blanco.

El ruido Flicker tiene una característica $1/f$ en la PSD

El ruido equivalente a la entrada nos permite comparar el ruido total de un sistema con varias fuentes de ruido con la señal de entrada.

Resumen

Para minimizar el ruido, hay que minimizar el BW.

Para maximizar el SNR, la primer etapa tiene que tener la mayor ganancia posible.

Cuanto mas grandes los dispositivos, menor el ruido Flicker.

Los transistores de entrada tienen que tener gm grande. Por lo general los BJT son mejores!

Si a la entrada son MOS, precisan tener W/L grande para maximizar el gm.

Espejos y fuentes de corriente conviene tener W/L chico.

El transistor cascode no aporta ruido a la salida.

La fuente de corriente de un par diferencial no aporta ruido a la salida.

Fin!

MUCHAS GRACIAS!